

**CH I: PROPRIETES DES FLUIDES :****I-1-Définition d'un fluide :**

Le fluide est un corps dont les molécules ne sont pas liées entre elles et qui se déforme sans résistance: les gaz, les liquides sont des fluides.

-Les fluides sont des substances susceptibles de s'écouler et de prendre la forme du récipient qui les contient.

-Les liquides sont pratiquement incompressibles tandis que les gaz sont compressibles

**I-1-1-Fluide parfait:**

Un fluide parfait est un fluide à l'intérieur duquel les forces de cohésion sont nulles (viscosité nulle).

**I-1-2-Fluide réel:**

Dans un fluide réel en mouvement, les forces de contact entre particules possèdent des composantes tangentielles qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides (existence de viscosité).

**I-1-3-Fluide incompressible:**

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. La masse volumique d'un fluide incompressible est constante.

**I-1-4-Fluide compressible:**

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles.

**I-2-La masse volumique:**

C'est la masse de l'unité de volume.  $\rho = \frac{M}{V}$

La masse volumique de l'eau froide sans matière en suspension ( $\rho_w$ ) vaut : 1000 kg/m<sup>3</sup> ou 1 kg/l.

**I-3-Le poids volumique:**

C'est le poids de l'unité de volume.  $\gamma = g \cdot \rho$   
g: L'accélération de la pesanteur (9.81 m/s<sup>2</sup>).

Le poids volumique de l'eau froide sans matière en suspension ( $\gamma_w$ ) est égal à : 10000 N/m<sup>3</sup> ou 10 N/l ou encore 1 kgf/l. (1 kgf = 10 N approximativement).

**I-4-La densité:**

C'est le rapport de masse volumique d'un fluide à la masse volumique d'un fluide de référence. Dans le cas des liquides, on prend l'eau comme fluide de référence.

$$d = \frac{\rho}{\rho_w} \text{ [Sans unité]}$$

**I-5-La viscosité:**

Elle est définie par la résistance à une déformation ou à un glissement (force tangentielle) elle est due principalement à l'interaction entre les molécules du fluide. La viscosité est la propriété inverse de la fluidité.

**I-5-2-La viscosité dynamique:**

Elle est exprimée par un coefficient représentant la contrainte de cisaillement nécessaire pour produire un gradient de vitesse d'écoulement d'une unité dans la matière. Tous les fluides sont visqueux et obéissent à la loi de viscosité établie par Newton :  $\tau = \mu \frac{dv}{dz}$

$\tau$ : Contrainte de déformation tangentielle.

$\mu$ : Viscosité dynamique [kg/m.s]

$\frac{dv}{dz}$  : Gradient de vitesse.

$$1 \text{ kg/m.s} = 1 \text{ Pa.s} = 10 \text{ Po (Poise).}$$

**I-5-3-La viscosité cinématique:**

C'est le rapport de la viscosité dynamique  $\mu$  et de la masse volumique  $\rho$  :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \text{ [m}^2/\text{s]}$$

$$1 \text{ m}^2/\text{s} = 10^4 \text{ St (Stokes).}$$

La viscosité cinématique caractérise le temps d'écoulement d'un fluide.

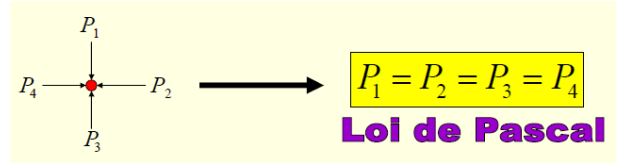
## CH II- STATIQUE DES FLUIDES :

### II-2-Pression en un point

$P_{\text{moy}} = \frac{F}{S}$ . La limite de ce rapport à la diminution de la surface  $S$  jusqu'à zéro exprime la **pression** au point donné :  $P = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{F}{S}$

#### II-2-1-Propriétés de la pression hydrostatique

- La pression est toujours dirigée suivant la normale intérieure vers la surface d'action.
- Dans un liquide au repos, la pression est indépendante de la direction. (Loi de Pascal).



$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 \\ 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 750 \text{ mm de mercure} = 10,2 \text{ m de colonne d'eau.} \\ 1 \text{ atm} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa.} \end{array} \right.$$

#### II-2-2-Pression absolue et pression relative:

$$P_{\text{abs}} = P_{\text{rel}} + P_{\text{atm}}$$

#### II-2-3-Principe fondamental de l'hydrostatique:

$$P_B - P_A = \rho \cdot g \cdot h$$

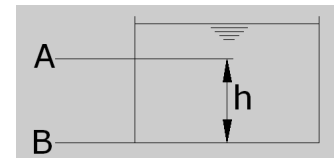
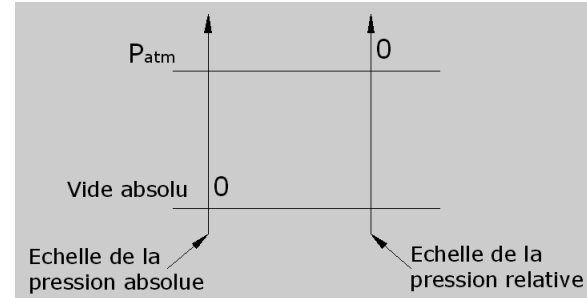
#### II-2-4-Loi de la statique des fluides:

$$\frac{P_B}{\rho g} + Z_B = \frac{P_A}{\rho g} + Z_A = \text{constante} \quad (\text{Loi de la statique des fluides}).$$

$Z$ : Cote géométrique (m).

$\frac{P}{\rho g}$ : Hauteur piézométrique (m).

$\frac{P}{\rho g} + Z$ : Hauteur ou charge totale (m).



- 1-La pression dans un liquide au repos augmente linéairement en fonction de la profondeur ( $P = \rho \cdot g \cdot h$ ).
- 2-Sur un même plan horizontal, toutes les pressions sont égales (pressions isobares).

#### II-2-5-Dispositifs de mesure de la pression:

- 1- Tubes manométriques: mesure de pressions relativement faibles (utilisés aux laboratoires).
- 2- Manomètres mécaniques: mesure de pressions relativement plus élevés ( $1$  à  $2 \text{ kg/cm}^2$ ).

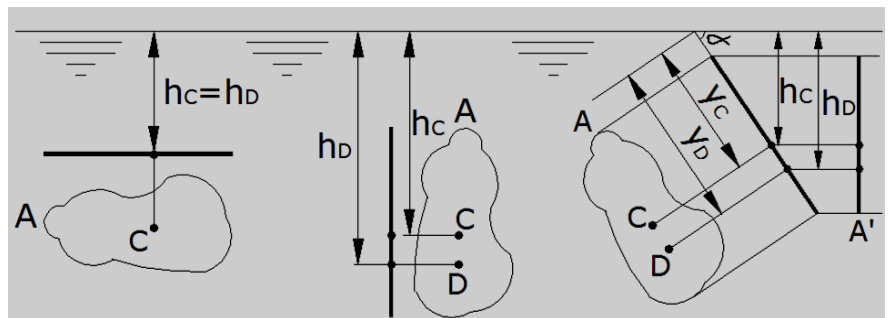
#### II-2-6-Forces de pression des fluides sur les surfaces :

$$F = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot A$$

Où:

$A$ : est l'aire de la surface.

$h_c$ : est la distance de son centre de gravité à la surface libre mesurée à la verticale.



Dans le cas d'une surface plane

incliné d'un angle  $\alpha$  avec l'horizontale, on peut également écrire:

$$F = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot A = \rho \cdot g \cdot y_c \sin \alpha \cdot A$$

Où:

$y_c$ : est la distance du centre de gravité à l'intersection du plan incliné avec la surface libre.

La distance  $h_d$  à la surface libre du point d'application d de la résultante mesurée verticalement est:

$$h_d = h_c + \frac{I_{cc}}{h_c \cdot A}$$

#### II-2-6-2-Résultante des forces de pression sur les surfaces courbes:

$$F_H = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot A' \quad \text{et} \quad F_V = \rho \cdot g \cdot W \quad \Rightarrow \quad \text{La résultante sera donc : } F = \sqrt{F_H^2 + F_V^2}$$

**CH III- DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES PARFAITS.****III-1-Introduction:**

La dynamique s'intéresse à l'étude du mouvement des fluides en tenant compte des forces qui les donnent naissance.

**III-2-Equation de continuité :**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0$$

(C'est l'équation générale de continuité ou de conservation de la masse).

⇒ Pour un écoulement **permanent**  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow$

$$\text{div}(\rho \vec{V}) = 0$$

⇒ Pour un écoulement **permanent** d'un fluide

$$\text{incompressible } \rho = \text{const} : \text{div}(\vec{V}) = 0$$

**III-3-Equation de continuité d'un fluide traversant un tube de courant :**

$$S_1 x V_1 = S_2 x V_2 = \text{const} = Q$$

**III-4-Equation du mouvement (Euler):**

On considère une masse élémentaire  $dm$  de dimensions  $dx, dy, dz$  en mouvement dans l'espace. Les forces agissant sur cette dernière sont :

-Les forces de pression (force/unité de surface).

-Les forces de masse (force/unité de masse).

$$-\frac{1}{\rho} \text{grad} P + \vec{F} = \vec{\gamma}$$

(C'est l'équation différentielle d'Euler du mouvement d'un fluide parfait).

**III-4-1-Cas particulier :**

En réalité les forces de masse sont le champ de pesanteur :

$$F(F_x=0, F_y=0, F_z=-g)$$

$$\Rightarrow dP + \rho g dz + \rho \left(\frac{dz}{dt}\right) dw = 0$$

$$\Rightarrow dP + \rho g dz + \rho w dw = 0$$

(C'est l'équation de l'hydrodynamique pour un fluide parfait).

**III-5-Equation de Bernoulli :**

Le principe de Bernoulli peut être énoncé comme suite :

**Lorsqu'un fluide circule à une grande vitesse, sa pression est basse, tandis qu'à faible vitesse, elle est élevée.**

L'équation élaborée par Daniel Bernoulli pour exprimer ce principe de façon quantitative repose sur trois hypothèses. Elle suppose :

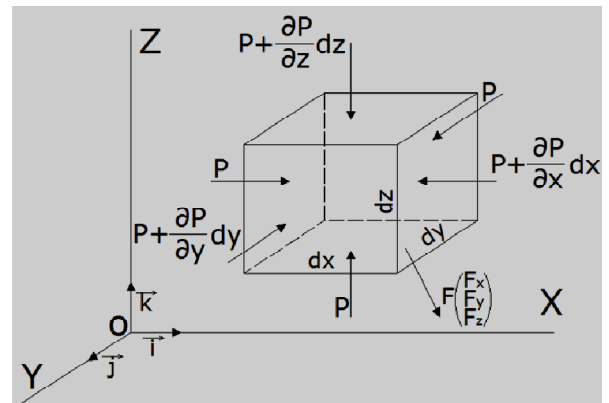
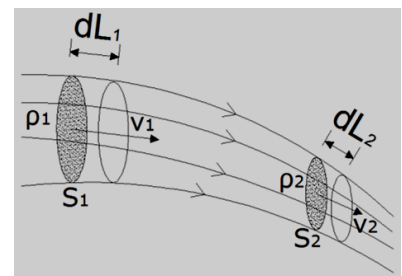
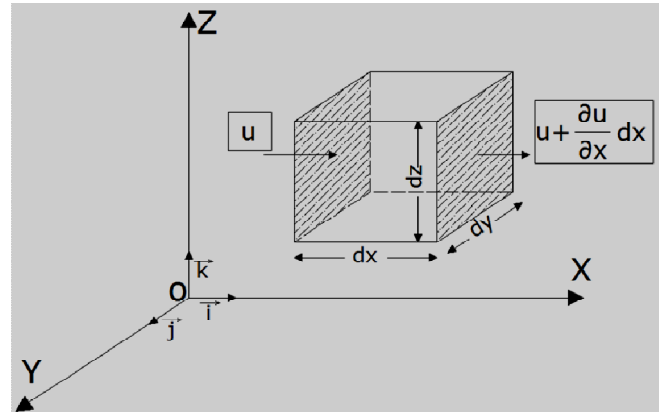
-L'écoulement est permanent et laminaire-Le fluide est incompressible-Le fluide est parfait.

On obtient l'équation de Bernoulli en intégrant l'équation de l'hydrodynamique pour un fluide parfait incompressible en écoulement permanent laminaire.

$$dP + \rho g dz + \rho w dw = 0 \Rightarrow \int dP + \int \rho g dz + \int \rho w dw = 0$$

$$\text{Ce qui donne : } P + \rho g z + \rho \frac{w^2}{2} = \text{const}$$

**En tout point d'un fluide, la pression totale est constante.**



**CH IV- DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES REELS.****Introduction :**

En réalité l'écoulement des fluides est accompagné toujours des frottements, soit entre les différentes couches du fluide ou contre les parois d'une conduite ou d'un accident (coude, changement de section, orifice, ...).

**IV-1-Equation différentielle des fluides réels (Navier-Stokes):**

$\sum F_{\text{ext}} = m \cdot \gamma$ , en ajoutant les forces de viscosité dans l'équation d'Euler :

$-\frac{1}{\rho} \text{grad} \vec{P} + \vec{F} = \vec{\gamma}$  pour les fluides parfaits devient :  $-\frac{1}{\rho} \text{grad} \vec{P} + \vec{F} + \vec{F}_f = \vec{\gamma}$  pour les fluides réels.

Avec :

F : Forces massiques (de pesanteur). F(F<sub>x</sub>, F<sub>y</sub>, F<sub>z</sub>).

P : Pression.

F<sub>f</sub> : Forces de frottement (ou de viscosité massique).  $\vec{F}_f = 9\Delta\vec{V}$  avec  $\nu$ : viscosité cinématique.

D'où alors :  $-\frac{1}{\rho} \text{grad} \vec{P} + \vec{F} + 9\Delta\vec{V} = \vec{\gamma}$  (Equation de Navier Stokes).

$$\Rightarrow F_x dx + F_y dy + F_z dz - \frac{1}{\rho} dP + 9C = d\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

Tel que :  $C = \Delta u dx + \Delta v dy + \Delta w dz$

$$\text{Cas particulier pour } F(0,0,-g) : -gdz - \frac{1}{\rho} dP + 9C = d\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

$$\text{Par intégration : } -\int gdz - \int \frac{1}{\rho} dP + \int 9C = \int d\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

$$\text{On trouve : } -gz - \frac{1}{\rho} P + 9I - \frac{v^2}{2} = \text{const}$$

$$\text{En termes de hauteur : } -z - \frac{P}{\rho g} + \frac{9}{g} I - \frac{v^2}{2g} = \text{const}$$

$$\Rightarrow z + \frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} = \frac{9}{g} I = \Delta H \quad (\Delta H \text{ s'appelle pertes de charge}).$$

**IV-2-Régimes d'écoulement :**

-Régime *laminaire* : pour  $Re < 2000$ .

-Régime *turbulent* : pour  $Re > 2000$ .

-Régime *transitoire* : pour  $Re = 2000$ .

Tel que :  $Re = \frac{v \cdot D}{\nu}$  (V : vitesse moyenne d'écoulement, D : diamètre de la conduite).

**IV-3-Pertes de charge :**

$$\text{I. Pertes de charge linéaires : } \Delta H_l = \lambda \frac{LV^2}{D2g}$$

Pour le calcul de  $\lambda$ :

$$\text{- En régime d'écoulement laminaire : } \lambda = \frac{64}{Re}$$

- En régime d'écoulement turbulent :

- La valeur initiale (formule de Blasius) :  $\lambda = 0,3164 Re^{-0.25}$
- La formule de White-Colebrook :  $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left( \frac{\epsilon}{3,71D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right)$
- Par le diagramme de Moody :  $\lambda = f(Re, \frac{\epsilon}{D})$

**La hauteur de charge totale (H) reste horizontale tant qu'il n'y a pas de pertes de charge (viscosité nulle).**

**II. Pertes de charge singulières :**

- La formule de Weisbach :  $\Delta H_s = \sum_{i=1}^n K_i \frac{v^2}{2g}$

K<sub>i</sub> : coefficient dépendant de la singularité.