

بسم الله الرحمن الرحيم الباب الأول الدوال الحقيقية

أولاً : مراجعة على ماسبق دراسته

سؤال: إذا كانت $S = \{1, 2, 3\}$ ،

ص = $\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ ، كانت ع علاقة من س

← ص : ع = $\{(1, 2), (2, 4), (3, 6)\}$ هل هذه

العلاقة دالة أم لا ، وإذا كانت دالة فأوجد المجال .

والمجال المقابل ، والمدى ، ثم أكتب قاعدة هذه الدالة .

الإجابة : ∴ س = $\{1, 2, 3\}$ ،

ص = $\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ ،

ع = $\{(1, 2), (2, 4), (3, 6)\}$ من ملاحظتنا

للعلاقة ع نجد أن كل عنصر في س موجود في ع وله

صورة في ص وحيدة . ولا يوجد عنصر مهمل ← هذه

العلاقة دالة . والمجال = جميع عناصر س ← المجال

= $\{1, 2, 3\}$ ، المجال المقابل = جميع عناصر ص =

$\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$

أما المدى = صور س في ص وهو مجموعة جزئية من

المجال المقابل = د(س) = $\{2, 4, 6\}$ ← القاعدة :

د(س) = ٢ س

[١] تعريف الدالة د: هي علاقة بين مجموعتين س، ص

بحيث كل عنصر في س له صورة وحيدة في ص

الدالة الحقيقية

[٢] متى تكون الدالة حقيقية ؟

تكون الدالة حقيقية إذا كان كل من مجالها ومجالها

المقابل أعداد حقيقية.

التعبير الرياضي للدالة

يعبر عن الدالة رياضياً بأحد الطرق الآتية :

(٢) إذا كانت د: المجال ← المجال المقابل

بحيث د(س) =

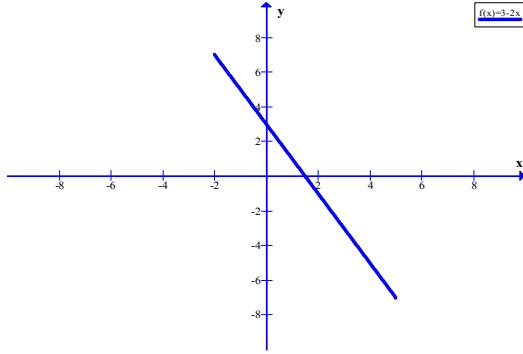
(ب) إذا كانت الدالة د : د(س) =

مثال (١): إذا كانت د: $[-1, 5]$ ← ح بحيث د(س)

$= 3-2س$ ارسم منحنى الدالة، ومن الرسم أوجد

المجال - المدى

الحل :



المجال $[-1, 5]$ ، المدى $[-7, 5]$

مثال (٢) إذا كانت الدالة د:

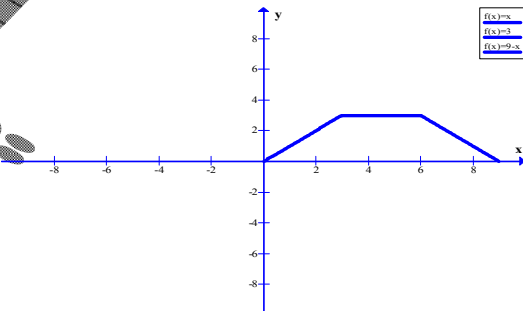
س عندما $0 \leq س < 3$

٣ عندما $3 \leq س < 6$

٩ - س عندما $6 \leq س \leq 9$

ارسم منحنى الدالة ومن الرسم أوجد (١) المجال ،

(٢) المدى



الحل : المجال = $[٩, ٠]$ ، المدى = $[٣, ٠]$

المجال والمدى والاطراد للدالة الحقيقية

من الرسم

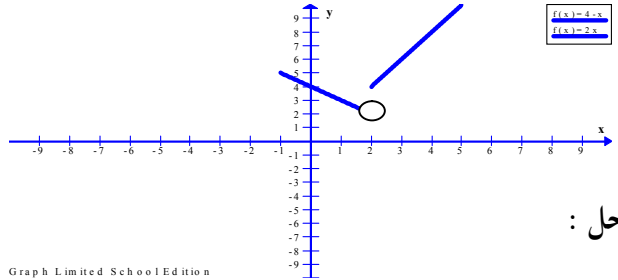
مثال (١) ادرس الاطراد في المثالين (١) ، (٢) السابقين

مثال (٢) إذا كانت الدالة د:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ع-س عندما } ١ \geq \text{س} > ٢ \\ \text{س عندما } ٢ \geq \text{س} \geq ٥ \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

ارسم منحنى الدالة ومن الرسم استنتج المجال والمدى

والاطراد،



الحل :

المجال = $[٥, ١-]$ ، المدى = $[١٠, ٢]$

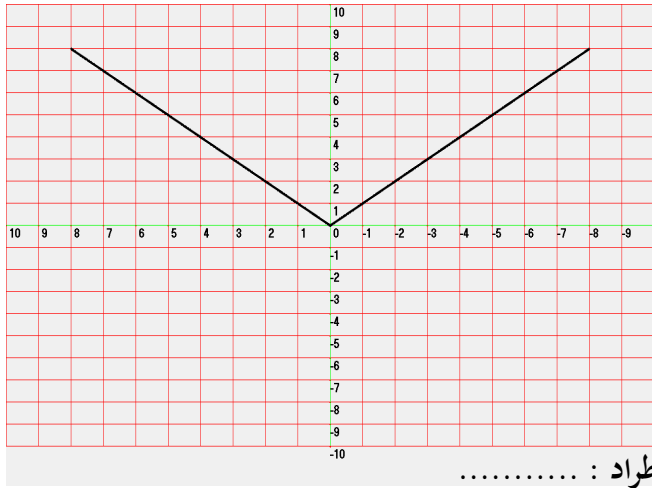
الاطراد :

مثال (٣)

$$\left. \begin{array}{l} \text{س : س} \leq ٠ \\ \text{س : س} \geq ٠ \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

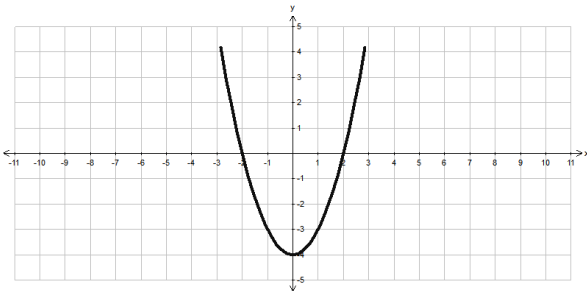
ومن ارسم استنتج المجال ، المدى ، الاطراد

الحل : المجال = ح ، المدى = $[٠, \infty]$

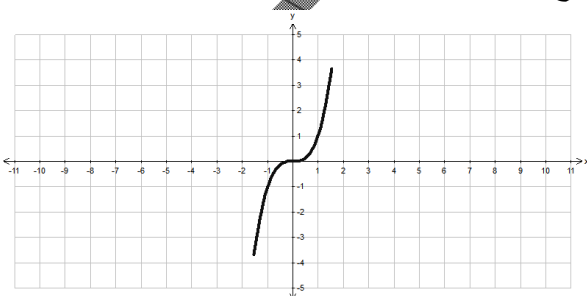


الاطراد :

مثال (٤) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\text{س}^2 - ٤$ ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد



مثال (٥) ارسم الدالة د: د(س) = س^3 ومن الرسم استنتج المجال ، المدى ، الاطراد



تدريبات وتمارينات

(١) أذكر أي من العلاقات الآتية دالة وأيها ليست دالة

$$(٢) د(س) = ١ + س ، د : ص \leftarrow ص +$$

$$(ب) د : ح \leftarrow ص : د(س) = ٣ - س$$

$$(ج) د : ص \leftarrow ص + : د(س) = ٣ - س$$

$$(٤) \text{ ارسم منحنى الدالة د : } ٢س - ٦ ، س \leq ٣$$

$$د(س) =$$

$$٢س - ٦ ، س \geq ٣$$

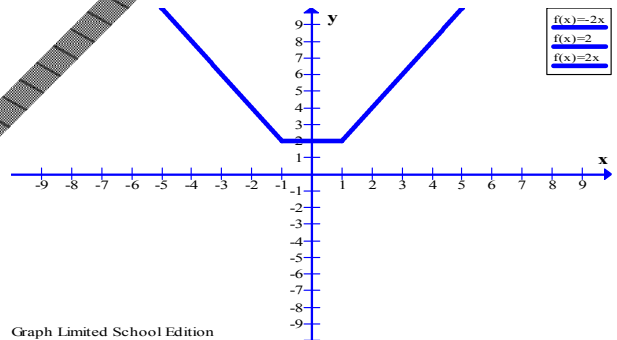
ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد

$$(٢) \text{ ارسم منحنى الدالة د : } ٢س - ١ ، س \geq ١$$

$$د(س) = ٢ ، ١ - س > ١ \geq س$$

$$٢س ، س \leq ١$$

ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد



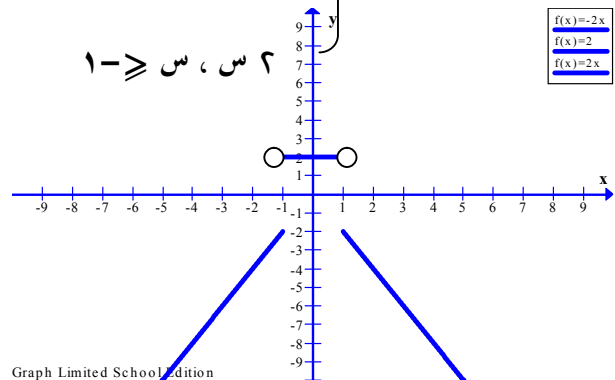
Graph Limited School Edition

(٣) ارسم منحنى الدالة د ، ومن الرسم استنتج المجال ، المدى والاطراد :

$$٢س ، س \leq ١$$

$$د(س) = ٢ ، ١ - س > ١ > س$$

$$٢س ، س \geq ١$$



Graph Limited School Edition

ملخص المجال والمدى للدالة الحقيقية

١) مجموعة الأعداد الحقيقية : $[-\infty, \infty]$

٢) الدالة : رمزا د = د(ب) مجالها = قيم س التي تحقق الدالة أي التي تجعل للدالة قيمة محددة وهو

مجموعة الأعداد الحقيقية أ، مجموعة جزئية منها -- (ج)

مداه = قيم د(س) \supset ح

\Leftarrow الدالة = { د ، قيم س ، قيم د(س) } |

المجال المدى

بعض الدوال الحقيقية المقررة

١) الدالة كثيرة الحدود د :

$$د(س) = ٢ + ١س + ٢س + ٢س + ... + ٢س + ٢س$$

من الدرجة ن مجالها = ح ومداه = ح

منه :

٢) الدالة الثابتة د : د(س) = ج : ج مقدار ثابت \supset ح

مجالها = ح ومداه = {ج}

مثل : د(س) = ٣ مجالها = ح ومداه = {٣}

٣) الدالة الخطية (دالة الدرجة الأولى) د :

من الرسم نجد أن المنحنى متماثل حول محور الصادات

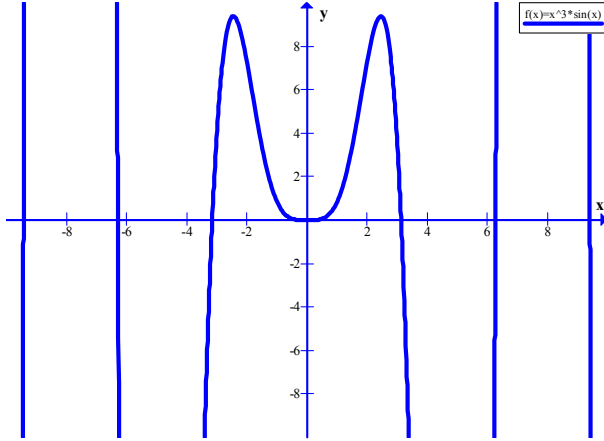
⇐ الدالة زوجية

(٤) أولاً : جبرياً : ∴ د(س) = س^٣ حاس ⇐ د(-س) = (-س)^٣ حاس

س^٣ حاس (-س) = - س^٣ حاس = س^٣ حاس

⇐ د(-س) = د(س) ⇐ الدالة زوجية

ثانياً : بيانياً :



من الرسم نجد أن المنحنى متماثل حول محور الصادات

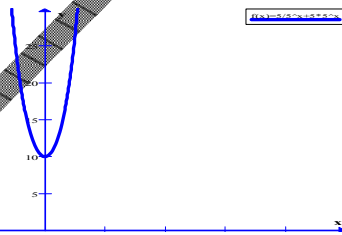
⇐ الدالة زوجية

(٥) أولاً : جبرياً : ∴ د(س) = س^٥ × ٥ + س^٥ × ٥ = س^٥ × ٥ + س^٥ × ٥

س^٥ × ٥ + س^٥ × ٥ = س^٥ × ٥ + س^٥ × ٥

∴ د(-س) = د(س) ⇐ الدالة زوجية

ثانياً : بيانياً :



من الرسم نجد أن المنحنى متماثل حول محور الصادات

⇐ الدالة زوجية

(٦) أولاً : جبرياً : ∴ د(س) = س^٢ حاس = س^٢ حاس

د(-س) = (-س)^٢ حاس = س^٢ حاس = د(س)

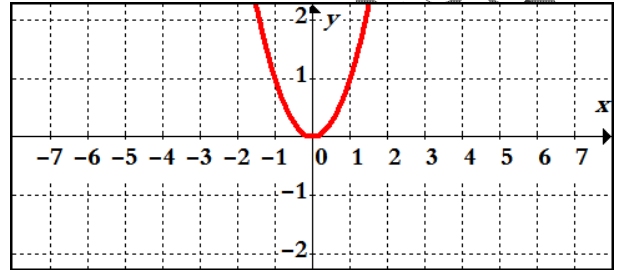
⇐ د(-س) = د(س) ⇐ الدالة زوجية

=====

(٧) أولاً : جبرياً : ∴ د(س) = س^٢ حاس ⇐ د(-س) = (-س)^٢ حاس

س^٢ حاس = س^٢ حاس ⇐ د(-س) = د(س) ⇐ الدالة زوجية

ثانياً : بيانياً :



من الرسم نجد أن المنحنى متماثل حول محور الصادات

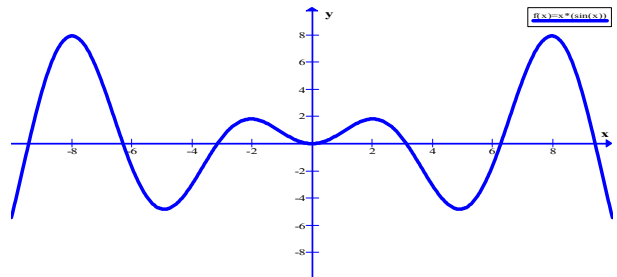
⇐ الدالة زوجية

(٨) أولاً : جبرياً : ∴ د(س) = س حاس

⇐ د(-س) = (-س) حاس = - س حاس = - د(س)

س حاس = د(س) ⇐ الدالة زوجية

ثانياً : بيانياً :



من الرسم نجد أن المنحنى متماثل حول محور الصادات

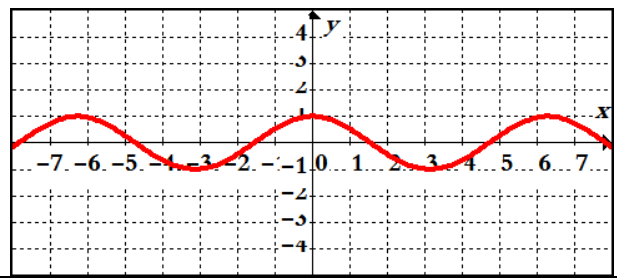
⇐ الدالة زوجية

(٩) أولاً : جبرياً : ∴ د(س) = جتا س ⇐ د(-س) = جتا(-س)

جتا(-س) = جتا س ⇐ د(-س) = د(س)

⇐ الدالة زوجية

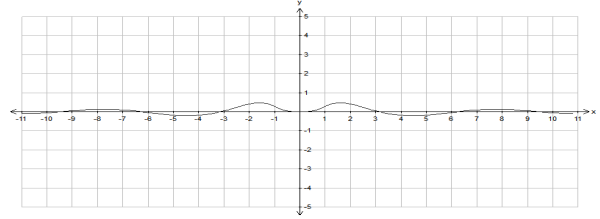
ثانياً : بيانياً :



$$\left. \begin{array}{l} \text{عندما } s < 0 \\ \text{عندما } s > 0 \end{array} \right\} = (s) \text{ د (س)}$$

$$\begin{aligned} (z) \text{ أولا: جبريا: } \therefore \text{د (س)} &= \frac{s^3 + s}{s^4 + s^2} \Leftarrow \text{د (س)} = \frac{s^3 + s}{s^4 + s^2} \\ \text{الدالة زوجية} \end{aligned}$$

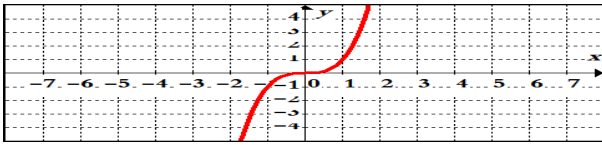
ثانيا: بيانيا:



$$(p) \text{ أولا: جبريا: } \therefore \text{د (س)} = s^3$$

$$\begin{aligned} \Leftarrow \text{د (س)} &= (s - s) = s^3 - s^3 \\ \Leftarrow \text{الدالة فردية} \end{aligned}$$

ثانيا: بيانيا:

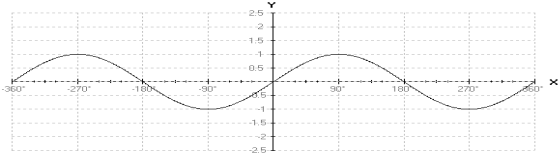


من الرسم نجد أن المنحنى متماثل حول نقطة الأصل \Leftarrow
الدالة فردية

$$(b) \text{ أولا: جبريا: } \therefore \text{د (س)} = \text{حاس}$$

$$\begin{aligned} \Leftarrow \text{د (س)} &= (s - s) = \text{حاس} - \text{حاس} \\ \Leftarrow \text{الدالة فردية} \end{aligned}$$

ثانيا: بيانيا:



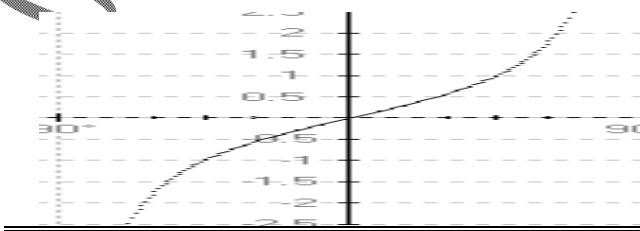
من الرسم نجد أن المنحنى متماثل حول نقطة الأصل \Leftarrow
الدالة فردية

$$(j) \text{ أولا: جبريا: } \therefore \text{د (س)} = \text{ظا س} \Leftarrow \text{د (س)} = \text{ظا س} - \text{ظا س}$$

$$\Leftarrow \text{د (س)} = (s - s) = \text{ظا س} - \text{ظا س}$$

$$\Leftarrow \text{د (س)} = (s - s) = \text{ظا س} - \text{ظا س}$$

ثانيا: بيانيا: من الرسم نجد أن المنحنى متماثل حول نقطة
الأصل \Leftarrow الدالة فردية



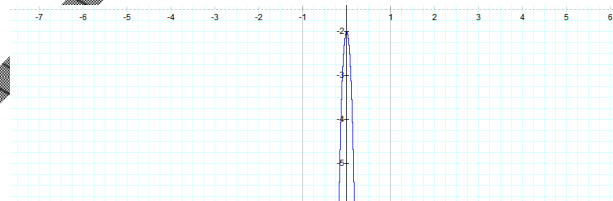
$$(h) \text{ أولا: جبريا: } \therefore \text{د (س)} = \frac{s^3 + s}{s^4 + s^2} + \frac{s^3 - s}{s^4 + s^2} \Leftarrow \text{د (س)}$$

$$\frac{s^3 + s}{s^4 + s^2} + \frac{s^3 - s}{s^4 + s^2} = (s)$$

$$\frac{s^3 + s}{s^4 + s^2} + \frac{s^3 - s}{s^4 + s^2} = \text{د (س)}$$

الدالة زوجية

ثانيا: بيانيا:



من الرسم نجد أن المنحنى متماثل حول محور الصادات \Leftarrow
الدالة زوجية

تدريب: بين نوع الدالة د :

$$\left. \begin{array}{l} \text{س عندما } s < 0 \\ \text{س عندما } s > 0 \end{array} \right\} = (s) \text{ د (س)}$$

ثانيا: الدالة الفردية

(p) جبريا: تكون الدالة د فردية إذا كان

$$\text{د (س)} - \text{د (س)}$$

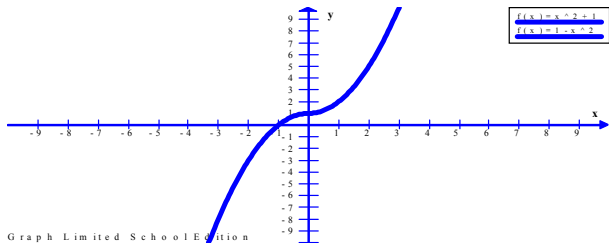
(ب) بيانيا: تكون الدالة د فردية إذا كان منحنى الدالة

متماثل حول نقطة الأصل .

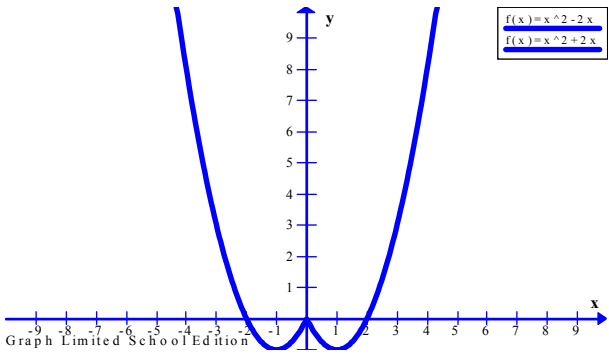
مثال (٢) أثبت أن كل من الدوال الآتية فردية:

$$(p) \text{ د (س)} = s^3 \quad (b) \text{ د (س)} = \text{حاس}$$

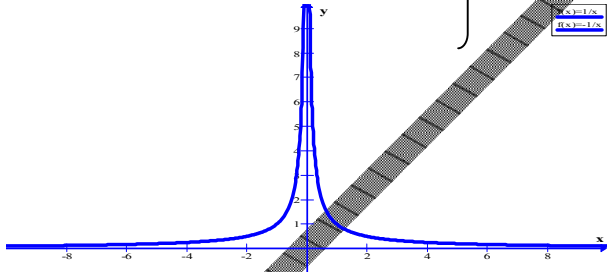
$$(j) \text{ د (س)} = \text{ظا س}$$



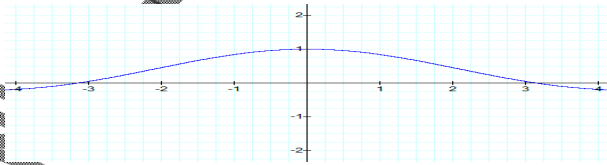
$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 - 2 \text{س} , \text{س} \leq 0 \\ \text{س}^2 + 2 \text{س} , \text{س} > 0 \end{array} \right\} = \text{د(س)} \quad (\text{هـ})$$



$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{\text{س}} , \text{س} < 0 \\ \frac{1}{\text{س}} , \text{س} > 0 \end{array} \right\} = \text{د(س)} \quad (\text{و})$$



$$\frac{\text{جاس}}{\text{س}} = \text{د(س)} \quad (\text{ز})$$

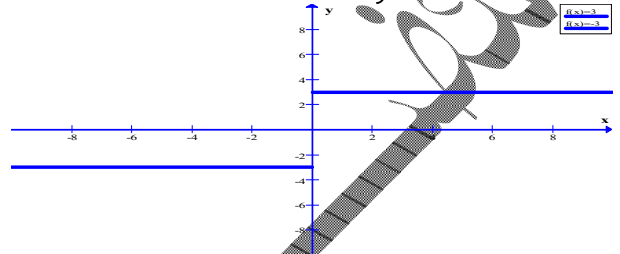


$$\frac{\text{س}^2}{\text{س}+1} = \text{د(س)} \quad (\text{ح})$$

من الرسم نجد أن المنحنى متماثل حول نقطة الأصل \Leftarrow
الدالة فردية

(ع) أولاً: جبرياً:

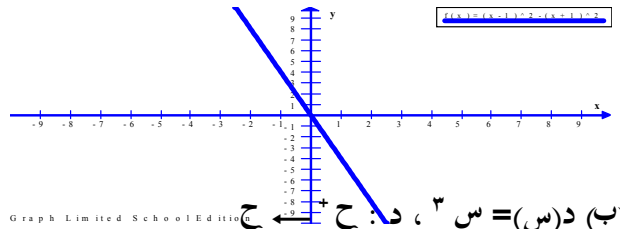
$$\left. \begin{array}{l} \text{عندما س} < 0 \\ \text{عندما س} > 0 \end{array} \right\} \text{د(س)} =$$



من الرسم نجد أن د(س) = المعكوس الجمعي ل د(س)
الدالة فردية

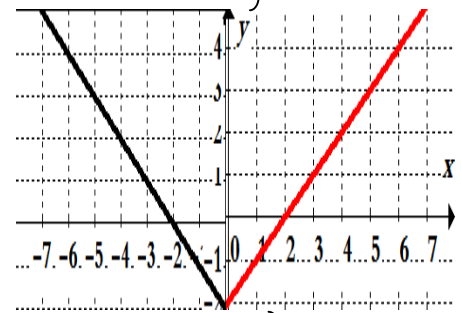
تدريب: ارسم كل من الدوال ومن الرسم أوجد المجال والمدى والاطراد ثم ابحث نوع كل منها من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك:

$$(٩) \text{ د(س)} = (\text{س} - 1)^2 - (\text{س} + 1)^2$$



$$(ب) \text{ د(س)} = \text{س}^3 , \text{ د: ح} \leftarrow \text{ج}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} - 2 , \text{س} \leq 0 \\ \text{س} - 2 , \text{س} \geq 0 \end{array} \right\} = \text{د(س)} \quad (\text{ج})$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + 1 , \text{س} \leq 0 \\ \text{س}^2 - 1 , \text{س} \geq 0 \end{array} \right\} = \text{د(س)} \quad (\text{ع})$$

$$\therefore (د + ر) (س) = (س) د + (س) ر = س + س - ١ = ٢س - ١$$

$$٢س - ١ ، المجال = م \cap م = [٣- ، ٢]$$

$$، (د - ر) (س) = (س) (٢ + س) - (س) (١ - س) = ٣$$

$$المجال = م \cap م = [٣- ، ٢]$$

$$، (د \times ر) (س) = (س) (٢ + س) = (١ - س) (٢ + س)$$

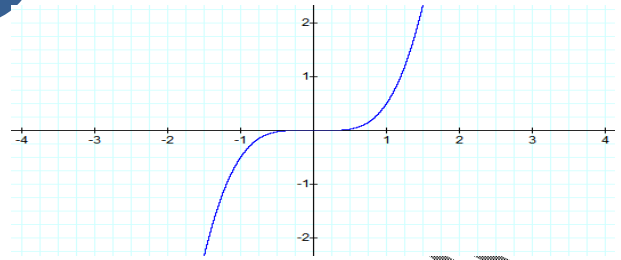
$$المجال = م \cap م = [٣- ، ٢]$$

$$، (\frac{ر}{س}) (س) = \frac{س + ٢}{س - ١}$$

$$المجال = م \cap م = [٣- ، ٢] - \{١\}$$

$$، (\frac{س}{ر}) (س) = \frac{س - ١}{س + ٢}$$

$$المجال = م \cap م = [٣- ، ٢] - \{٢-\}$$



بعض الملاحظات الهامة :

(١) الدالة $د = (س) د$ ، $د : ح \rightarrow$ ليست زوجية

أو فردية لعدم التماثل في المجال

$(د - س)$ ليس لها وجود في المجال

(٢) $(د س) = س$ ، $س : ح \rightarrow$ ليست زوجية

وليست فردية لأن $(د - س)$ ليس لها وجود

=====

العمليات على الدوال الحقيقية

إذا كانت $د(س)$ مجالها $م$ ، $ر(س)$ مجالها $م$ فإن

أولاً : الجمع والطرح :

مجال الدالة $[د(س) \pm ر(س)] = م \cap م$

ثانياً : الضرب

مجال الدالة $[د(س) \times ر(س)] = م \cap م$

ثالثاً : القسمة :

مجال الدالة $[د(س) \div ر(س)] = م \cap م - \{أصفار المقام\}$

$م \cap م - \{أصفار المقام\}$

ملحوظة هامة $م \cap م \neq \emptyset$

مثال : إذا كانت $د$ ، $ر$ دالتين حقيقيتين وكانت

$د : [٣- ، \infty)$ ، $ح : د(س) = س + ٢$

$ر : [٢- ، \infty)$ ، $ح : ر(س) = س - ١$ أوجد كلا

من $د + ر$ ، $د - ر$ ، $د \times ر$ ، $\frac{د}{ر}$ ، $\frac{ر}{د}$ محددا المجال

لكل منها

الحل $\therefore م = [٣- ، \infty)$ ، $م = [٢- ، \infty)$

$م \cap م = [٣- ، ٢]$

تذكر :

(١) ما هو مجال الدالة؟

(٢) ما هو مدى الدالة؟

(٣) متى تكون الدالة زوجية؟

(٤) متى تكون الدالة فردية؟

(٥) ما هو اطراد الدالة؟

الاطراد : هو دراسة الفترات التي تكون

الدوال كثيرات الحدود المقررة هي

١) الدرجة الأولى : صورتها العامة $د(س) = ج$ مجالها

$ح =$ ، و المدى $ج$

٢) الدرجة الثانية :

صورتها العامة $د(س) = س^٢ + ب$ ، $٢ \neq$ صفر

مجالها $ح =$ ، و المدى $ح$

٣) الدرجة الثالثة : صورتها العامة

الاطراد : (٢) د ثابتة على $[-\infty, 0]$

(ب) د ثابتة على $[0, \infty]$

نوع الدالة ليست زوجية وليست فردية

$$\left. \begin{array}{l} 3, s < 0 \\ 1-s, s > 0 \end{array} \right\} = \text{د(س)},$$



المجال = ح = $\{0\}$ ، المدى = $\{1, 3\}$

الاطراد: الدالة ثابتة

نوع الدالة ليست زوجية وليست فردية

$$\text{د(س)} = \frac{3 - (1-s)}{1-s} = \frac{2+s}{1-s}$$

المجال = ح = $\{1, 1-s\}$ ، المدى = $\{3\}$

٢ الدالة المعرفة بقاعدة واحدة

أولاً: الدالة المعرفة بقاعدة واحدة:

مثال: د(س) = $s^2 + 3$ المجال = ح =

المدى = ح

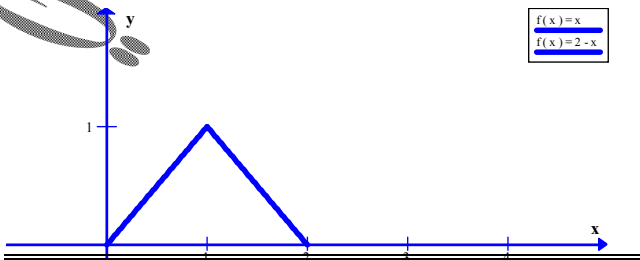
ثانياً: الدالة المعرفة بأكثر من قاعدة:

مثال (١) ارسم منحنى الدالة د:

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq s < 1 \\ 1-s \leq s < 2 \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع الدالة

من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك



د(س) = $s^2 + 3$ المجال = ح

والمدى = $[-\frac{3}{4}, \infty)$

٤ الدالة المعرفة بصورتها العامة

د(س) = $s^2 + 3$ المجال = ح = $s + 3$

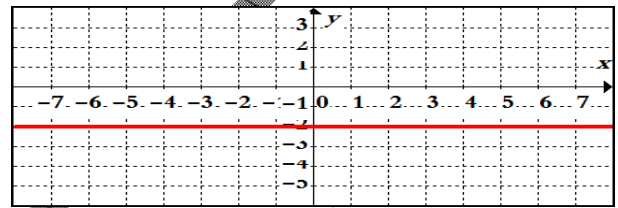
بحيث أن $3 \neq 0$

المجال = ح ، المدى = ح

١ الدالة المعرفة بقاعدة واحدة

أولاً: الدالة الثابتة المعرفة بقاعدة واحدة

مثال: د(س) = 2

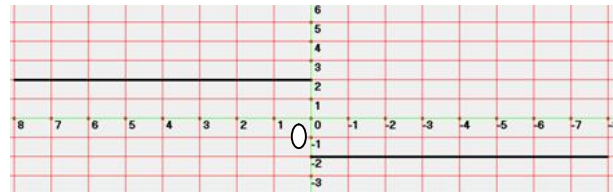


المجال = ح = $\{2\}$ ، المدى = $\{2\}$ ، الاطراد:

الدالة ثابتة على ح

ثانياً: الدالة الثابتة المعرفة بأكثر من قاعدة:

$$\left. \begin{array}{l} s < 0 \\ s > 0 \end{array} \right\} = \text{مثال د(س)}$$



المجال = ح = $\{0, 2\}$ ، المدى = $\{0, 2\}$

الاطراد : (٢) الدالة ثابتة على الفترة $[-\infty, 0]$

(ب) الدالة ثابتة على الفترة $[0, \infty]$

نوع الدالة فردية لتمثيلها حول نقطة الأصل

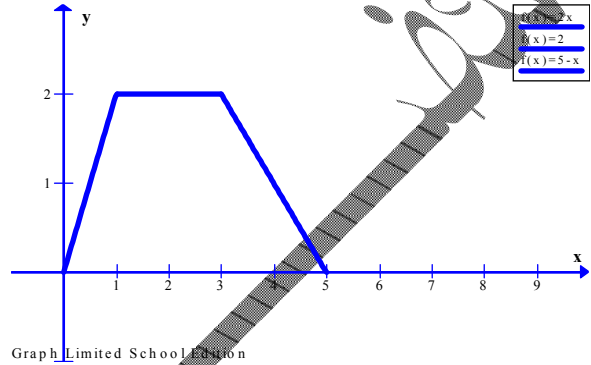
$$\left. \begin{array}{l} 2, s \leq 0 \\ 2-s, s > 0 \end{array} \right\} = \text{د(س)},$$

المجال = ، المدى =

مثال (٢) ارسم منحنى الدالة د

$$\left. \begin{array}{l} 2 \leq x \leq 3, \quad 2 \leq y \leq 3 \\ 3 \leq x \leq 4, \quad 3 \leq y \leq 4 \\ 4 \leq x \leq 5, \quad 4 \leq y \leq 5 \end{array} \right\} = (S)$$

ومن الرسم أوجد المجال والمدى والاطراد



المجال = $[2, 5]$ ، المدى = $[0, 2]$

الاطراد : (أ) د تزايدية على $[2, 3]$

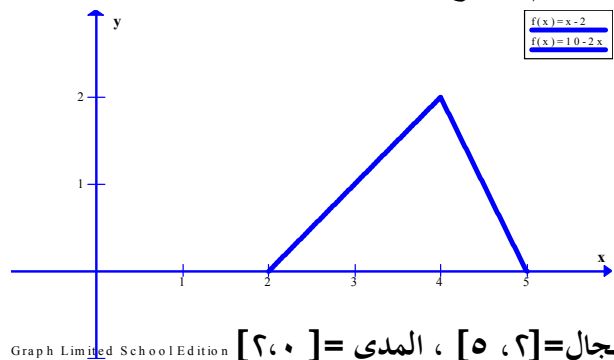
(ب) د ثابتة على $[3, 4]$

(ج) د تناقصية على $[4, 5]$

مثال (٣) ارسم منحنى الدالة د:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \leq x \leq 3, \quad 2 \leq y \leq 3 \\ 3 \leq x \leq 4, \quad 3 \leq y \leq 4 \\ 4 \leq x \leq 5, \quad 4 \leq y \leq 5 \end{array} \right\} = (S)$$

ومن الرسم استنتج المجال ، المدى ، الاطراد



المجال = $[2, 5]$ ، المدى = $[0, 2]$

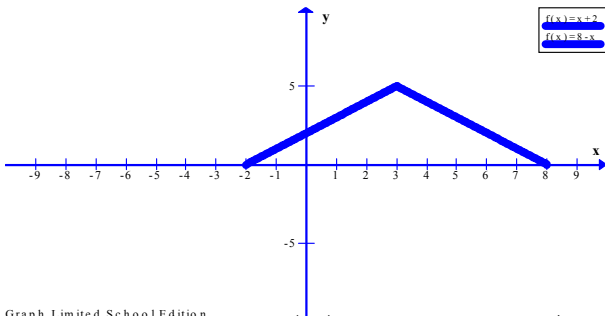
الاطراد : (أ) د تزايدية على $[2, 3]$

(ب) د تناقصية على $[3, 4]$

مثال (٤) ارسم منحنى الدالة د:

ومن الرسم استنتج المجال ، المدى ، الاطراد

$$\left. \begin{array}{l} 2 \leq x \leq 3, \quad 2 \leq y \leq 3 \\ 3 \leq x \leq 4, \quad 3 \leq y \leq 4 \\ 4 \leq x \leq 5, \quad 4 \leq y \leq 5 \end{array} \right\} = (S)$$



مثال (٥) ارسم منحنى الدالة د ، ومن الرسم استنتج

المجال والمدى والاطراد : $2 \leq x \leq 3, \quad 2 \leq y \leq 3$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \leq x \leq 4, \quad 3 \leq y \leq 4 \\ 4 \leq x \leq 5, \quad 4 \leq y \leq 5 \end{array} \right\} = (S)$$

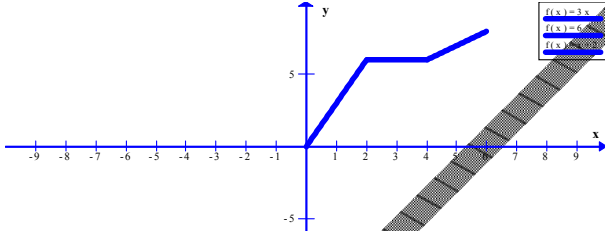
$$5 \leq x \leq 6, \quad 5 \leq y \leq 6$$

مثال (٦) ارسم منحنى الدالة د ، ومن الرسم استنتج

المجال والمدى والاطراد : $2 \leq x \leq 3, \quad 2 \leq y \leq 3$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \leq x \leq 4, \quad 3 \leq y \leq 4 \\ 4 \leq x \leq 5, \quad 4 \leq y \leq 5 \end{array} \right\} = (S)$$

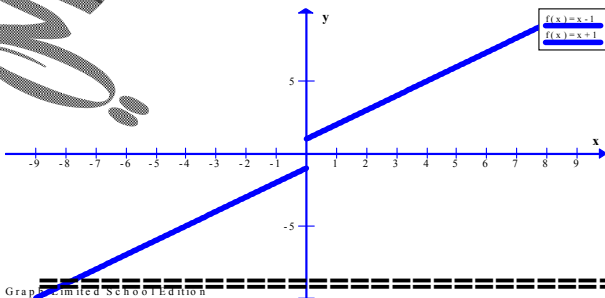
$$5 \leq x \leq 6, \quad 5 \leq y \leq 6$$



مثال (٧) ارسم منحنى الدالة د ، ومن الرسم استنتج

المجال والمدى والاطراد

$$\left. \begin{array}{l} 2 \leq x \leq 3, \quad 2 \leq y \leq 3 \\ 3 \leq x \leq 4, \quad 3 \leq y \leq 4 \\ 4 \leq x \leq 5, \quad 4 \leq y \leq 5 \end{array} \right\} = (S)$$



دالة المقياس

أولاً: مقياس العدد: [القيمة المطلقة]:

وهي دائماً موجبة لكل $s \in \mathbb{R}$ ، $|0| = 0$

$$\text{مثل } |7| = 7 ، | -7 | = 7$$

لكل $s \in \mathbb{R}$ فإن مقياس العدد $|s| = |s|$ ، $|s| \geq 0$ دائماً
 \leq الصفر

$$|s| = s \text{ إذا كانت } s \geq 0$$

$$|s| = -s \text{ إذا كانت } s < 0$$

$$|s| = s \text{ إذا كانت } s \geq 0$$

ملحوظة: الصفر هو قيمة s التي تجعل ما بداخل

$$\text{المقياس} = \text{صفر} \quad s = 0$$

$$\text{مثل } |s| = s \text{ إذا كانت } s \geq 0$$

$$s = 0$$

$$s < 0$$

$$s = 0$$

$$s > 0$$

$$s \leq 0$$

$$s > 0$$

$$(2) |s| = \sqrt{s^2} \quad |s| = \sqrt{s^2}$$

$$|s| = \sqrt{s^2} \quad |s| = \sqrt{s^2}$$

خواص مقياس العدد

$$(1) \text{ إذا كان } |s| > 0 \text{ فإن } s > 0 \text{ أو } s < 0$$

$$(2) \text{ إذا كان } |s| \geq 0 \text{ فإن } s \geq 0 \text{ أو } s \leq 0$$

$$(3) \text{ إذا كان } |s| < 0 \text{ فإن } s < 0$$

$$s < 0 \text{ ، } s > 0$$

$$s \in \mathbb{R} \text{ ، } s \in \mathbb{R}$$

$$(4) \text{ إذا كان } |s| \leq 0 \text{ فإن } s \leq 0$$

$$s \leq 0 \text{ ، } s \geq 0$$

$$s \in \mathbb{R} \text{ ، } s \in \mathbb{R}$$

$$(5) |s| = |s| \times |s|$$

$$(6) |s| + |s| \geq |s|$$

تطبيقات:

{P}: حل معادلات المقياس جبرياً:

(1) أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية جبرياً:

$$(P) \quad |s - 6| = 3 \quad (ب) \quad |3 + s^2| = 8$$

$$(ج) \quad |3 + s| = 7$$

$$(د) \quad |4 + s| + |3 - s| = 5$$

الحل: (P) : $|s - 6| = 3$

$$\left. \begin{array}{l} s - 6 = 3 \\ s - 6 = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow |s - 6| = 3$$

$$\therefore s - 6 = 3 \text{ عندما } s \geq 6$$

$$\therefore s - 6 = -3 \text{ عندما } s < 6$$

$$s - 6 = 3 \Rightarrow s = 9 \text{ ، } s - 6 = -3 \Rightarrow s = 3$$

$$\therefore \text{م.ح} = \{3, 9\}$$

$$(هـ) \quad |3 + s^2| = 7$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 + s^2 = 7 \\ 3 + s^2 = -7 \end{array} \right\} \Rightarrow |3 + s^2| = 7$$

$$3 + s^2 = 7 \Rightarrow s^2 = 4 \Rightarrow s = \pm 2$$

$$3 + s^2 = -7 \Rightarrow s^2 = -10 \Rightarrow \text{لا يوجد ح.م.}$$

$$\therefore s = 2 \text{ ، } s = -2$$

$$\therefore \text{م.ح} = \{2, -2\}$$

$$(و) \quad |3 + s^2| = 8$$

$$\therefore \text{م.ح} = \{2, -2\}$$

مثال (2) أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية جبرياً:

$$(P) \quad |s - 6| = |s + 2|$$

$$(ب) \quad |3 + s^2| = |6 + s^2|$$

∴ $-8 = 8$ ، أ، $8 = 8$ مستحيل

أ، $8 = 2 - 6$ عندما $2 < 8 < 6$

∴ $8 = 2$ م، ح

أ، $8 = 2 - 6$ عندما $8 \leq 2$ مرفوض

∴ $8 = 2$ م، ح

{ب} حل المتباينات جبريا:

مثال (١) أوجد مجموعة حل كل من التباينات الآتية جبريا:

(١) $3 > |5 + 2s|$ (ب) $3 > |s - 3|$ (ج) $10 \leq |5 - 3s|$

(٢) $3 > |5 + 2s|$ (ب) $3 > |s - 3|$ (ج) $10 \leq |5 - 3s|$

الحل: (١) ∴ $3 > |5 + 2s|$

$3 > |5 + 2s| \Rightarrow 3 > 5 + 2s \Rightarrow -2 > 2s \Rightarrow -1 > s$

$3 > |5 + 2s| \Rightarrow 3 > -5 - 2s \Rightarrow 8 > -2s \Rightarrow -4 < s$

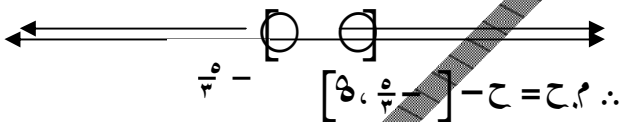
(ب) $3 > |s - 3| \Rightarrow 3 > s - 3 \Rightarrow 6 > s$

$3 > |s - 3| \Rightarrow 3 > -s + 3 \Rightarrow 0 > -s \Rightarrow s > 0$

(ج) $10 \leq |5 - 3s| \Rightarrow 10 \leq 5 - 3s \Rightarrow 5 \leq -3s \Rightarrow -\frac{5}{3} \geq s$

$10 \leq |5 - 3s| \Rightarrow 10 \leq -5 + 3s \Rightarrow 15 \leq 3s \Rightarrow 5 \leq s$

أ، $-\frac{5}{3} \geq s \Rightarrow s \leq -\frac{5}{3}$ و $5 \leq s$

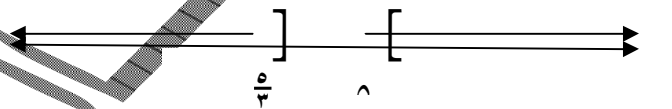


(٢) ∴ $3 > |5 + 2s|$ (ب) $3 > |s - 3|$ (ج) $10 \leq |5 - 3s|$

$3 > |5 + 2s| \Rightarrow 3 > 5 + 2s \Rightarrow -2 > 2s \Rightarrow -1 > s$

$3 > |5 + 2s| \Rightarrow 3 > -5 - 2s \Rightarrow 8 > -2s \Rightarrow -4 < s$

∴ $-4 < s$ و $-1 > s$



ثانياً : دالة المقياس

$|s| = d(s)$

الحل (١) ∴ $|s + 2| = |s - 6|$

∴ $|s + 2| = |s - 6|$ (١) $s + 2 = s - 6$ (٢) $s + 2 = -(s - 6)$

(١) $s + 2 = s - 6 \Rightarrow 2 = -6$ مستحيل

(٢) $s + 2 = -(s - 6) \Rightarrow s + 2 = -s + 6 \Rightarrow 2s = 4 \Rightarrow s = 2$

من (١)، (٢) نجد أن: $s = 2$

س $2 = s - 6$ عندما $6 \leq s \leq -8$ وهذا مستحيل

أ، $2 = s - 6$ عندما $2 \geq s$

$2 = s$ م، ح

أ، $2 = s - 6$ عندما $2 > s$

$2 = 8$ ، وهذا مستحيل

حل آخر: ∴ $|s + 2| = |s - 6|$

بتربيع الطرفين

∴ $|s + 2| = |s - 6| \Rightarrow (s + 2)^2 = (s - 6)^2$

$s^2 + 4s + 4 = s^2 - 12s + 36 \Rightarrow 16s = 32 \Rightarrow s = 2$

$s = 2$ م، ح

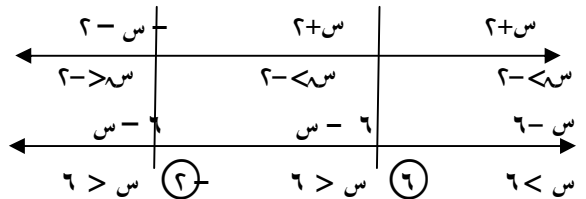
التحقق من صحة الحل:

الطرف الأيمن $= |s + 2| = |2 + 2| = 4$

الطرف الأيسر $= |s - 6| = |2 - 6| = 4$

∴ الطرفان متساويان م، ح $\{2\}$

حل ثالث: ∴ $|s + 2| = |s - 6|$



∴ $2 = s - 6$ عندما $6 < s$

$$(١) د(س) = |س| + ٤ \quad (٢) د(س) = |س| - ٤$$

$$(٣) د(س) = |س + ٢| + ٤ \quad (٤) د(س) = |س - ٤| - ٤$$

$$(٥) د(س) = |س + ٤| + ١$$

$$(٦) د(س) = |س - ٤| + ٣$$

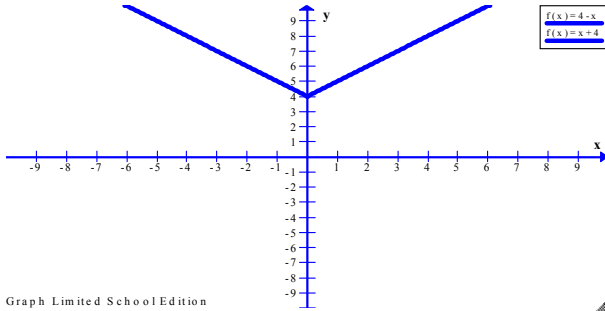
$$(٧) د(س) = |س - ٨| + ٢ - ٧$$

$$(٨) د(س) = |س - ١| + ٢ - ٢$$

$$(٩) د(س) = |س - ١| + ٢ - ٣$$

$$\text{الحل : (١) د(س) = |س| + ٤}$$

$$\left. \begin{array}{l} س \leq ٠ \\ س > ٠ \end{array} \right\} \begin{array}{l} س + ٤ \\ س - ٤ \end{array} = د(س)$$



Graph Limited School Edition

رأس المنحنى = (٠، ٤)، المجال = ح،

$$\text{المدى} =]٤، \infty[$$

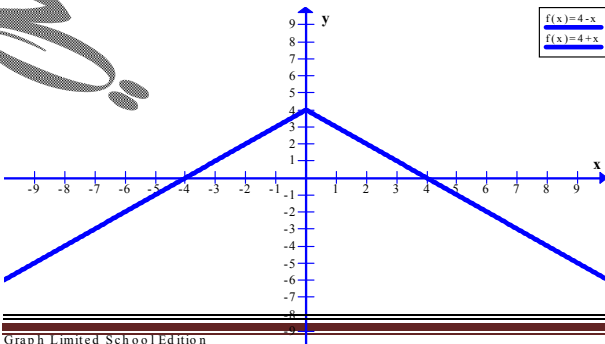
الاطراد: (٢) د: تناقصية على $]٠، \infty[$

(ب) د: تزايدية على $]٠، \infty[$

نوع الدالة : زوجية لثماثلها حول محور الصادات

$$(٢) د(س) = |س| - ٤$$

$$\left. \begin{array}{l} س \leq ٠ \\ س > ٠ \end{array} \right\} \begin{array}{l} س - ٤ \\ س + ٤ \end{array} = د(س)$$



Graph Limited School Edition

$$\left. \begin{array}{l} س \\ س - \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{عندما } س \leq ٠ \\ \text{عندما } س > ٠ \end{array} = د(س)$$

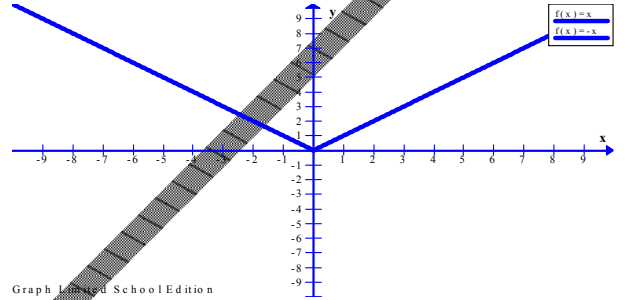
$$\text{مجالها} = \text{ح ومداها} =]٠، \infty[$$

رأس المنحنى = (٠، ٠)

الاطراد: (٢) د: تناقصية على $]٠، \infty[$

(ب) د: تزايدية على $]٠، \infty[$

نوع الدالة : زوجية لثماثلها حول محور الصادات



Graph Limited School Edition

$$د(س) = |س| - ٤$$

$$\left. \begin{array}{l} س \\ س - \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{عندما } س \leq ٠ \\ \text{عندما } س > ٠ \end{array} = د(س)$$

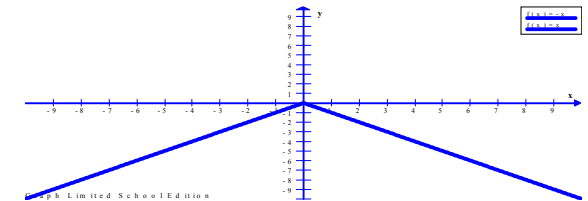
رأس المنحنى = (٠، ٠)، مجالها = ح

$$\text{ومداها} =]٠، \infty[$$

الاطراد: (٢) د: تزايدية على $]٠، \infty[$

(ب) د: تناقصية على $]٠، \infty[$

نوع الدالة : زوجية لثماثلها حول محور الصادات



Graph Limited School Edition

مثال (١) ارسم منحنى كل من الدوال الآتية : موضحا (٢)

المدى (ب) الاطراد (ج) نوع الدالة من حيث كونها

زوجية أم فردية أم غير ذلك

رأس المنحنى = (٤، ٠) ، المجال = ح

المدى = $[-\infty, 4]$ ،

الاطراد: (٢) د: تزايدية على $[-\infty, 0]$

(ب) د: تناقصية على $[0, \infty]$

نوع الدالة: زوجية

(٣) \therefore د(س) = $|س + ٢|$

(٠، ٤)

رأس المنحنى = (٠، ٤) ، محور التماثل : س = ٤

المجال = ح ، المدى = $[-\infty, 0]$

الاطراد: (٢) د: تزايدية على $[-\infty, 4]$

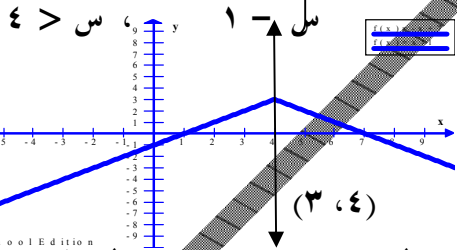
(ب) د: تناقصية على $[4, \infty]$

نوع الدالة : لا زوجية ، لا فردية

(٥) تدريب

(٦) \therefore د(س) = $س - |س - ٤| + ٣$

$س \leq ٤$ ، $س - |س - ٤| + ٣ =$ د(س) \therefore



رأس المنحنى = (٣، ٤) ، محور التماثل : س = ٤

المجال = ح ، المدى = $[-\infty, 3]$

الاطراد: (٢) د: تزايدية على $[-\infty, 4]$

(ب) د: تناقصية على $[4, \infty]$

نوع الدالة : لا زوجية ، ولا فردية

(٧) \therefore د(س) = $س^٢ - ٨س + ٧$

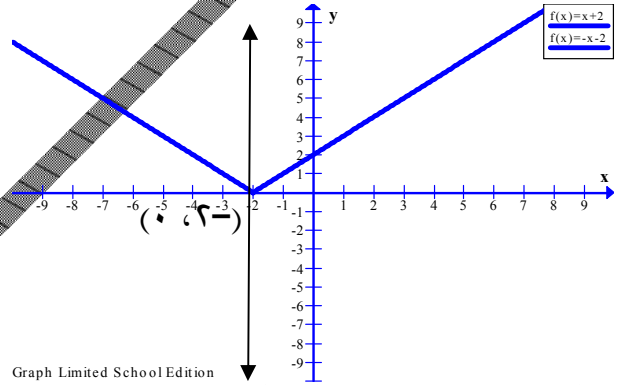
$س \leq ٢$ ،

$س > ٢$ ،

$س + ٢$

$س - ٢$

\therefore د(س) =



رأس المنحنى = (٠، ٢-) ، المجال = ح

المدى = $[0, \infty]$ ، محور التماثل : س = ٢-

الاطراد: (٢) د: تناقصية على $[-\infty, 2-]$

(ب) د: تزايدية على $[2-, \infty]$

نوع الدالة لا زوجية ، لا فردية

(٤) \therefore د(س) = $س - |س - ٤|$

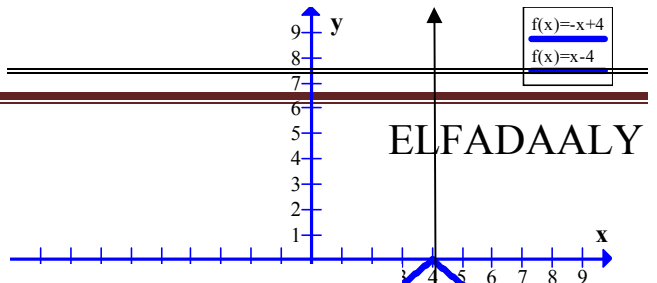
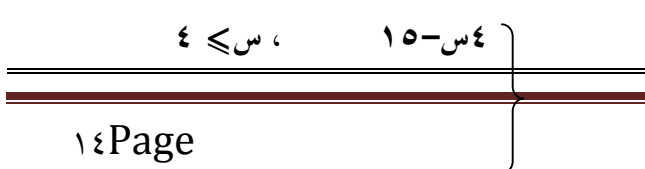
$س \leq ٤$ ،

$س > ٤$ ،

$س + ٤$

$س - ٤$

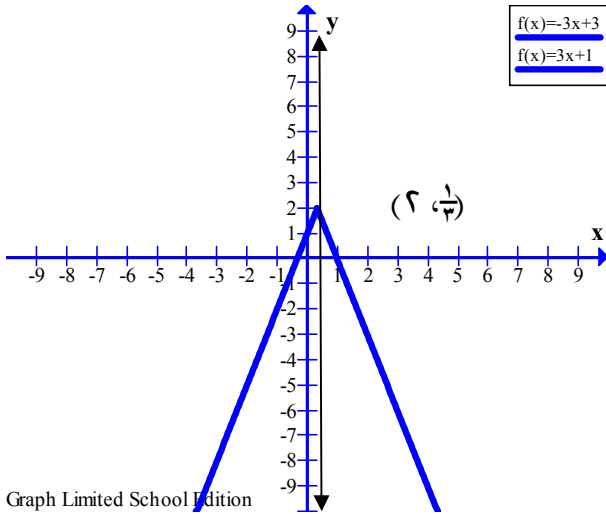
\therefore د(س) =



∴ د(س) =

س > ١/٣ ،

س < ١ + ٣



Graph Limited School Edition

أكمل : رأس المنحنى = ، معادلة محور التماثل :

..... ، المجال = ، المدى =

الاطراد: (٩) (ب)

رابعاً: حل معادلات المقياس بيانياً:

(١) أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية بيانياً:

(٩) $3 = |6 - س|$ (ب) $٨ = |٣ + س٢|$

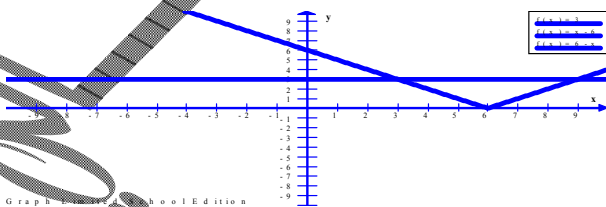
(ج) $٧ + س = |٣ + س٢|$

(د) $٠ = ٥ - س٣ + |٤ + س|$

الحل (٩) ∴ $٣ = |٦ - س|$

نفرض أن : د(س) = ٣ ، ر(س) = $|٦ - س|$

ثم نرسم الدالتين فتكون نقط التقاطع هي م. ح



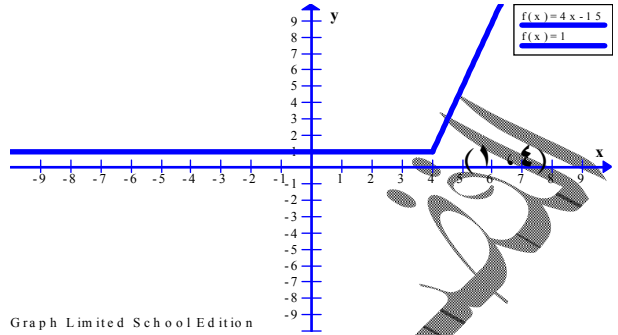
Graph Limited School Edition

م. ح = {٣، ٩}

∴ د(س) =

س > ٤ ،

١



Graph Limited School Edition

(٨) ∴ د(س) = $|٢ - س|$

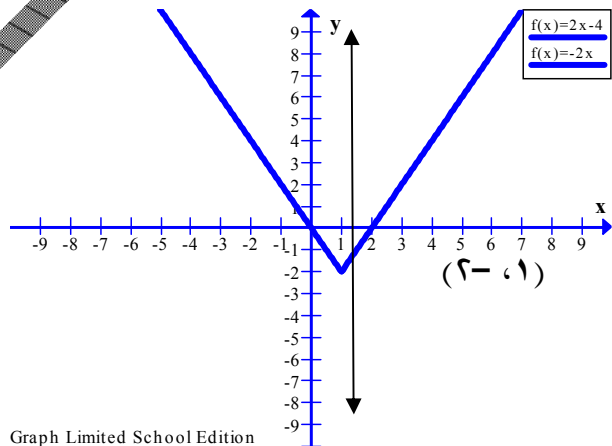
س ≤ ١ ،

س > ١ ،

س < ٤ -

س > ٤ -

∴ د(س) =



Graph Limited School Edition

رأس المنحنى = (١، -٢) ، محور التماثل : س = ١

المجال = ح ، المدى = $[-٢، ∞)$

الاطراد: (٩) د: تناقصية على $[-١، ∞)$

(ب) د: تزايدية على $[-١، ∞)$

نوع الدالة : لا زوجية ، لا فردية

(٩) ∴ د(س) = $٢ + |١ - س٣|$

س ≤ ١/٣ ،

س > ١/٣ ،

(١) حل المعادلة: $\frac{8-s}{|4-s|} = s$

الحل: $\frac{8-s}{|4-s|} = s \Leftrightarrow \frac{8-s}{|4-s|} = s$

$\frac{8-s}{4-s} = s$ عندما $s < 4$

$\Leftrightarrow s = 4$ عندما $s < 4$

أ، $\frac{8-s}{s-4} = s \Leftrightarrow s = \frac{8-s}{s-4}$ عندما $s > 4$

(٢) حل المعادلة: $s^2 - 3|s| - 28 = 0$

الحل: $s^2 - 3|s| - 28 = 0$

$\therefore s^2 - 3|s| - 28 = 0$ عندما $s \leq 0$

أ، $s^2 + 3s - 28 = 0$ عندما $s > 0$

ثم نكمل الحل

(٣) حل المعادلة: $\sqrt{s^2 - 6} = s - 2$

$\therefore \sqrt{s^2 - 6} = s - 2$

$\therefore s^2 - 6 = (s - 2)^2$ عندما $s \leq 0$

$\Leftrightarrow s = -2$ ح.م

أ، $s^2 - 6 = (s - 2)^2$ عندما $s > 0$

$\Leftrightarrow s = 2$ ح.م

(٤) حل المعادلة: $\sqrt{s^2 - 4} = s + 4$

$\Leftrightarrow \sqrt{s^2 - 4} = s + 4$

$\Leftrightarrow |s - 2| = s + 4$

ثم نكمل الحل

(٥) حل المعادلة: $s^2 - 3|s| - 4 = 0$

$\Leftrightarrow s^2 - 3|s| - 4 = 0$ عندما $s \leq 0$

أ، $s^2 + 3s - 4 = 0$ عندما $s > 0$

ثم نكمل الحل

ثانياً: على متباينة المقياس:

(١) حل المتباينة: $\sqrt{s^2 - 6} + 9 \geq 7$

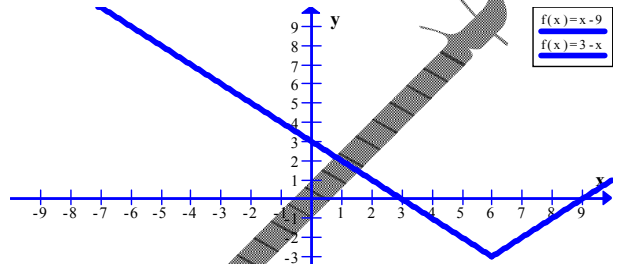
حل آخر: $3 = |6 - s|$

$\therefore |6 - s| = 3$

$s - 9 \leq 0$ ، $s \leq 6$

$\therefore s = 3$

$s - 3 \leq 0$ ، $s \leq 3$

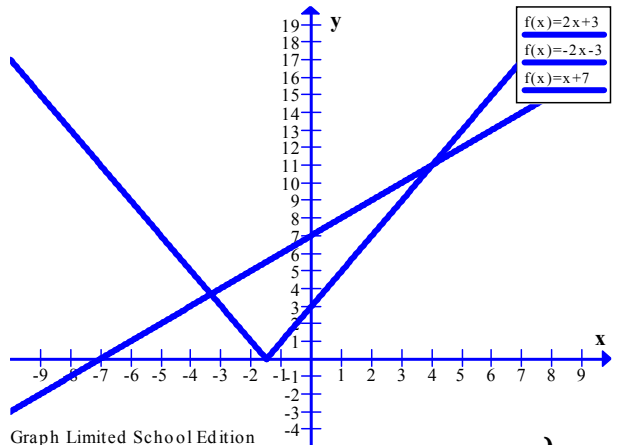


Graph Limited School Edition

(ج) $7 + s = |3 + s^2|$

نفرض أن د(س) = 7 + s

ر(س) = |3 + s^2|



Graph Limited School Edition

م. ح. $\{3, -4\}$

حل آخر:

$7 + s = |3 + s^2|$

$\therefore |3 + s^2| = 7 + s$

ثم نكمل الخطوات كسابقه

بعض التدريبات من أدلة التقويم

أولاً على معادلات المقياس:

تابع التمرينات من دليل التقويم

(١) أكتب مجال الدالة د: د(س) = |س - ٢|

ثم ارسم الدالة ومن الرسم أوجد المدى والاطراد
مبيناً نوعها من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

ثم حل كل من المعادلتين: د(س) = ٥، |س - ٢| = ٣ بيانياً ثم حقق الناتج جبرياً

أكتب مجال الدالة د: د(س) = $\frac{س}{س+١}$ ثم ارسمها ومن
الرسم أوجد المدى والاطراد ونوعها من حيث كونها
زوجية أم فردية أم غير ذلك .

(٣) ارسم منحني الدالة د، التي قاعدتها كالاتي
(٩) د(س) = $\frac{|س|}{س}$ (ب) د(س) = $\frac{|س|}{س}$ (ج) د(س) = $\frac{|س|}{س}$
= ٣ - |٥ + س| =
(٤) د(س) = |س| (هـ) د(س) = $\frac{س}{س+٢}$
(و) د(س) = $\frac{س-٢}{س+٢}$
(ز) د(س) = |٥ + س|
(ح) د(س) = |٤ + س| - |١ + س|
(ط) د(س) = |س| - س
(ي) د(س) = $\sqrt{٢ - (س-٢)}$ ومن الرسم
استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع الدالة من حيث
كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

(٤) من السؤال السابق استنتج مجموعة حل كل من
المعادلات الآتية:
(٩) $١ = \sqrt{٢ - (س-٢)}$
(ب) $٣ = |٤ + س| - |١ + س|$
(٥) ارسم منحني الدالة د: د(س) = |س - ٢|
ومن الرسم استنتج الاطراد ونوع الدالة من حيث
كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

ثم نكمل الحل

(٢) حل المتباينة: |س - ٢| + |س - ٣| ≤ ١٥
|س - ٢| + |س - ٣| ≤ ١٥
|س - ٢| + |س - ٣| ≤ ١٥
|س - ٢| + |س - ٣| ≤ ١٥

ثم نكمل الحل

(٣) حل المتباينة: $\frac{س}{س+١} < ٢$
|س - ٢| < ٣ |س - ١| بشرط أن س ≠ ١

ثم نكمل الحل

(١) حل المتباينة: |س - ٢| + |س - ٣| + |س - ١| ≥ ٥

$\left. \begin{array}{l} |س - ٢| + |س - ٣| \leq \frac{٢}{٣} \\ |س - ٢| + |س - ٣| \geq \frac{٢}{٣} \end{array} \right\} = |س - ٢|$

$\left. \begin{array}{l} |س - ٢| + |س - ٣| \leq ١ \\ |س - ٢| + |س - ٣| \geq ١ \end{array} \right\} = |١ + س|$

إما أن $|س - ٢| + |س - ٣| + |س - ١| \geq ٥$: $\frac{٢}{٣} \leq س$
|س - ٢| + |س - ٣| + |س - ١| ≥ ٥
|س - ٢| + |س - ٣| + |س - ١| ≥ ٥

∴ ح = $[\frac{٢}{٣}, ١]$
أ، $|س - ٢| + |س - ٣| + |س - ١| \geq ٥$ ، $١ - س \geq \frac{٢}{٣}$
|س - ٢| + |س - ٣| + |س - ١| ≥ ٥
|س - ٢| + |س - ٣| + |س - ١| ≥ ٥

∴ ح = $[\frac{٢}{٣}, ١]$
أ، $|س - ٢| + |س - ٣| + |س - ١| \geq ٥$ ، $١ - س \geq \frac{٢}{٣}$
|س - ٢| + |س - ٣| + |س - ١| ≥ ٥
|س - ٢| + |س - ٣| + |س - ١| ≥ ٥

∴ مجموعة حل المتباينة = $[\frac{٢}{٣}, ١]$

د(س)=

$$س \leq 0, \quad 3 + |س|$$

ومن الرسم استنتج الاطراد ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

(٩) ارسم منحنى الدالة د:

$$\left. \begin{array}{l} س \leq 1, \quad 1 \\ س > 1, \quad |س| \end{array} \right\} = د(س)$$

ومن الرسم استنتج الاطراد ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

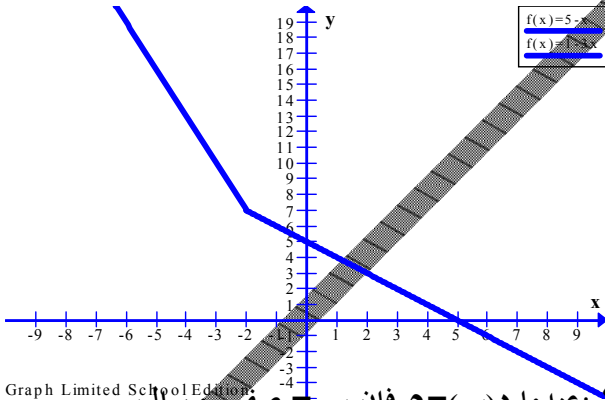
=====

(١٠) ارسم منحنى الدالة د:

$$د(س) = |س + ٢| - |س - ٢| + ٣$$

ومن الرسم استنتج الاطراد ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك. ثم حل كل من

المعادلتين: د(س)=٥, د(س)=٦ ثم حقق الناتج بطريقة أخرى بيانياً أو جبرياً.

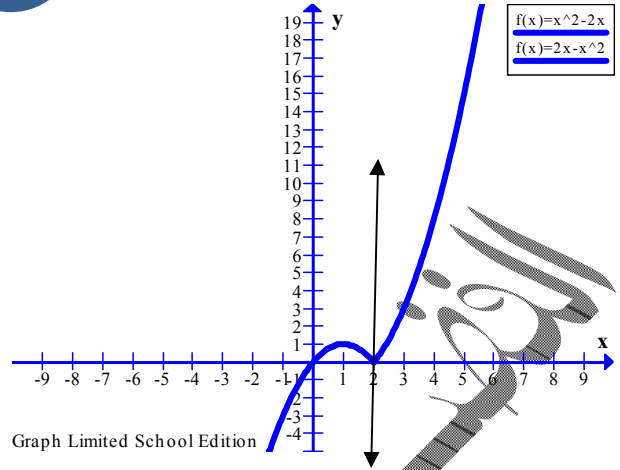
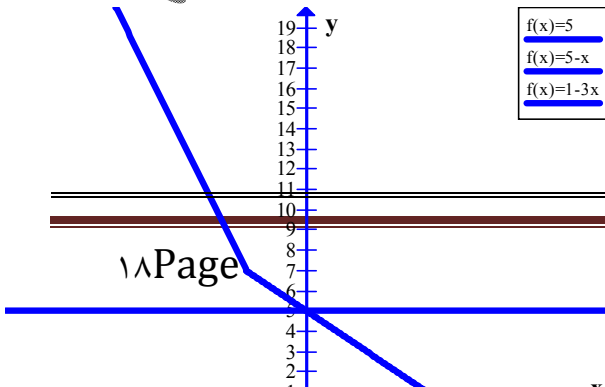


أولاً: عندما د(س)=٥ فإن س = صفر من الرسم

عندما د(س)=٦ فإن س = ١ - من الرسم

ثانياً: التحقق بيانياً أو جبرياً

(٩) بيانياً: ∴ ٥ = |س + ٢| - |س - ٢| + ٣

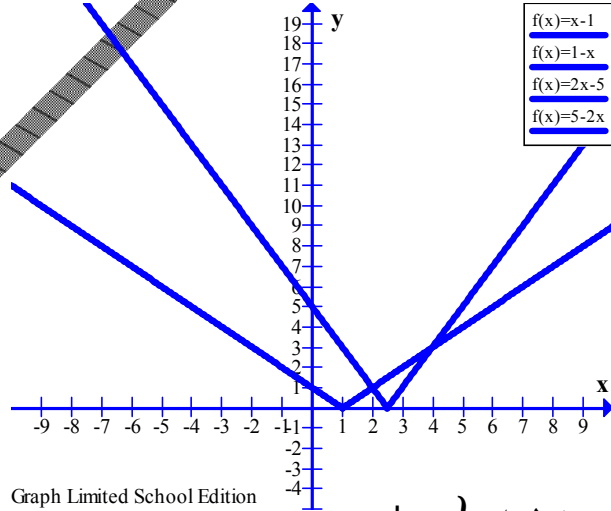


(٦) ارسم منحنى كل من الدالتين

$$د(س) = |س - ١|, ر(س) = |س - ٥| \text{ ومن}$$

الرسم استنتج مجموعة حل المعادلة:

$$د(س) - ر(س) = ٠$$



مجموعة الحل = {٢, ٤}

(٧) ارسم منحنى الدالة د:

$$\left. \begin{array}{l} س \geq 3, \quad ٣ + س \\ ٠ < س < ٣, \quad ٣ \\ س < ٢, \quad ١ - س \end{array} \right\} = د(س)$$

ومن الرسم استنتج الاطراد ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

(٨) ارسم منحنى الدالة د:

$$س > ٠, \quad \frac{١٣ + س}{٤}$$

ومن الرسم أوجد المدى والاطراد

(١٣) ارسم ارسم منحنى الدالة د:

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < ١ + ٢س \\ ٠ < ٣س \end{array} \right\} = د(س)$$

ومن الرسم استنتج الاطراد ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

=====

(١٤) ارسم منحنى الدالة د:

$$\left. \begin{array}{l} ١ - ٤ \leq ١ - ٣س \\ ٣ \geq ١ - ٣س \end{array} \right\} = د(س)$$

ومن الرسم استنتج الاطراد ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية جبريا:

$$٠ = ٨ - (١ - |س|)(١ + ٣س)$$

$$٠ = \frac{٥ - ٣س}{٤} = \frac{٤ + ٣س}{٥}$$

$$٠ = |٣ - ٣س| - |٥ + ٣س|$$

$$٠ = |١ - ٣س| + ٤$$

$$٠ = |١ + ٣س| + |١ + ٣س|$$

$$٢ = |٣س - ٧| - |٣س - ٧|$$

$$٢ = |٣س| + ٢$$

$$٠ = ٣س - |٣س|$$

$$٠ = ٣س + ٢ = |٣س|$$

$$٥ = |٣س + ٣| + ٥$$

$$٩ = \sqrt{٣س - ٩} + ٩ + ٣س$$

$$|٧ - ٣س| = ٧ - ٣س$$

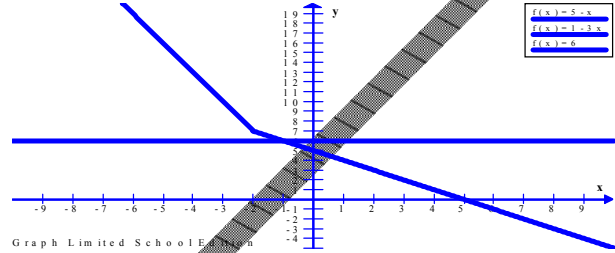
$$٥ = |٣س - ٣| - |٣س - ٣|$$

$$٢ = |٣س| - ٢$$

$$٩ - ٣س = |٣س + ١|$$

مجموعة الحل = {٠}

ثانيا: $٠ = |٣س + ٢| - |٣س - ٣|$



مجموعة الحل = {١}

(ب) جبريا : يترك كتدريب للطالب

=====

(١١) ابحث نوع كل من الدوال الآتية:

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < ٣س - ٣ \\ ٠ > ٣س - ٣ \end{array} \right\} = د(س)$$

$$٤ + |٣س - ٢| = د(س)$$

$$١ + ٣س + \frac{٣}{٣س} = د(س)$$

$$٥ = ٣س \times ٥ - \frac{٥}{٣س}$$

$$٠ = \frac{٣س - ٢}{٣س} - \frac{٣س - ٢}{٣س}$$

$$٠ = (٣س - ٢) - (٣س - ٢)$$

$$٠ = \frac{٣س - ٢}{٣س} + \frac{٣س - ٢}{٣س}$$

$$٠ = \frac{٣س - ٢}{٣س} - \frac{٣س - ٢}{٣س}$$

(١٢) ارسم منحنى الدالة د:

$$\left. \begin{array}{l} ٠ \leq |٣س| \\ ٠ > |٣س| \end{array} \right\} = د(س)$$

أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية بيانياً:

$$(١) \quad |٧ - ٤س| = |٤س - ٧|$$

$$(٢) \quad |٣س - ٣| = |٢س + ١|$$

$$(٣) \quad |٢س - ٤| = |٢س - ٤|$$

$$(٤) \quad |١س + ١| = |٣س - ٩|$$

$$(٥) \quad |٣س + ١| = |٣س + ١|$$

أوجد مجموعة حل المتباينات الآتية:

$$(١) \quad |٢س - ٣| < |١س + ١|, \quad س < \frac{٢}{٣}$$

$$(٢) \quad |٣س - ٣| < |١س + ١|$$

$$(٣) \quad |٢س - ٢| + |٢س - ٢| > ٦$$

$$(٤) \quad |٢س - ٢| - |٢س - ٢| < ٦$$

$$(٥) \quad (٢س - ٢) \leq ٤$$

الحل:

$$(١) \quad |٢س - ٣| < |١س + ١|, \quad س < \frac{٢}{٣}$$

$$\Leftrightarrow ٢س - ٣ < ١س + ١ \Leftrightarrow س < ٤$$

$$(٢) \quad |٢س - ٣| < |١س + ١|$$

$$\begin{cases} ٢س - ٣ < ١س + ١ \\ ٢س - ٣ > ١س + ١ \end{cases} \quad س \leq \frac{٢}{٣}$$

$$\begin{cases} ٢س - ٣ < ١س + ١ \\ ٢س - ٣ > ١س + ١ \end{cases} \quad س > \frac{٢}{٣}$$

$$\begin{cases} ١س + ١ < ٢س - ٣ \\ ١س + ١ > ٢س - ٣ \end{cases} \quad س \leq ١$$

$$\begin{cases} ١س - ١ < ٢س - ٣ \\ ١س - ١ > ٢س - ٣ \end{cases} \quad س > ١$$

$$\therefore ١س + ١ < ٢س - ٣ \text{ عندما } س \leq \frac{٢}{٣}$$

$$\Leftrightarrow س \leq ٤ \quad (١)$$

$$\text{أ، } ٢س - ٣ < ١س + ١, \quad ١س + ١ < ٢س - ٣, \quad س \geq ١ - \frac{٢}{٣}$$

$$\Leftrightarrow س > \frac{٢}{٣} \quad (٢)$$

$$\text{أ، } ٢س - ٣ < ١س - ١ \text{ عندما } س > ١$$

$$\Leftrightarrow س < ٤ \text{ المجال}$$

$$\therefore \text{م. ح} = [٤, \infty) \cup \left[\frac{٢}{٣}, ٤\right)$$

$$(٤) \quad |٢س - ٢| - |٢س - ٢| < ٦$$

$$\begin{cases} ٢س - ٢ < ٢س - ٢ \\ ٢س - ٢ > ٢س - ٢ \end{cases} \quad س \leq ٢$$

$$\begin{cases} ٢س - ٢ < ٢س - ٢ \\ ٢س - ٢ > ٢س - ٢ \end{cases} \quad س > ٢$$

$$\begin{cases} ٢س - ٣ < ٢س - ٣ \\ ٢س - ٣ > ٢س - ٣ \end{cases} \quad س > ٣$$

$$\begin{cases} ٢س - ٣ < ٢س - ٣ \\ ٢س - ٣ > ٢س - ٣ \end{cases} \quad س \leq ٣$$

$$\therefore ٢س - ٢ < (٢س - ٢) - (٢س - ٢) \text{ عندما } س \leq ٣$$

$$\Leftrightarrow س \leq ٧ \text{ م. ح} \quad (١)$$

$$\text{أ، } ٢س - ٢ < (٢س - ٢) - (٢س - ٢)$$

$$\text{عندما } س \geq ٢ \text{ } ٢س > ٣$$

$$\Leftrightarrow ٢س - ٤ - ٣ + ٣ < ٦$$

$$٢س < ١٣ \Leftrightarrow س < \frac{١٣}{٢} \text{ المجال}$$

$$\text{أ، } ٢س - ٢ < (٢س - ٢) - (٢س - ٢), \quad س > ٢$$

$$٢س - ٤ - ٣ + ٣ < ٦ \Leftrightarrow س < ٦ - ١$$

$$\Leftrightarrow س > ٥ \quad (٢)$$

$$\therefore \text{م. ح} = [٥, ٧) \cup \left[\frac{١٣}{٢}, \infty\right)$$

مسائل من الإمتحانات السابقة

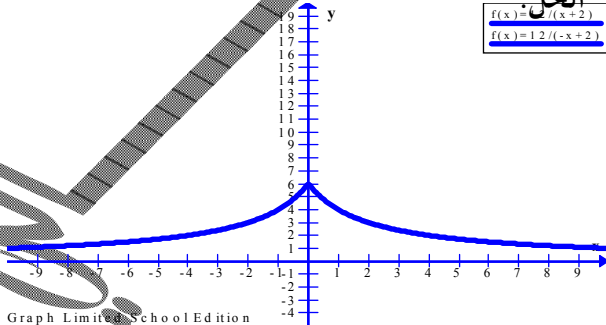
$$(١) \text{ ارسم منحنى الدالة د: د(س) = } \frac{١٢}{٢س + ١}$$

ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع

الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

الحل:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{12}{2x+1} \\ f(x) = \frac{12}{-x+2} \end{cases}$$



المجال = ح، المدى = $[٠, ٦]$

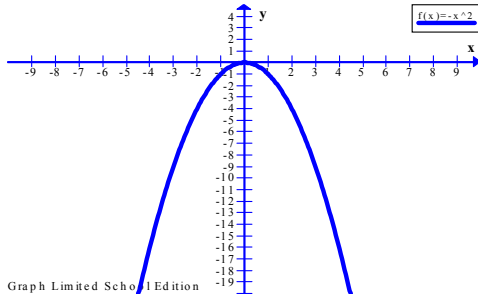
الاطراد : (٢) د تزايدية على $[-\infty, ٠)$

(ب) د تناقصية على $[٠, \infty)$

نوع الدالة زوجية لتماثلها حول محور الصادات

=====

$$د(س) = -س^2$$



رأس المنحنى = (-الإزاحة السينية، الإزاحة

الصادية) = (٠، ٠)

لمجال = ح، المدى = $[-\infty, 0]$

الاطراد: (٢) د تزايدية على $[-\infty, 0]$

(ب) د تناقصية على $[0, \infty]$

نوع الدالة زوجية لتماثلها حول محور الصادات

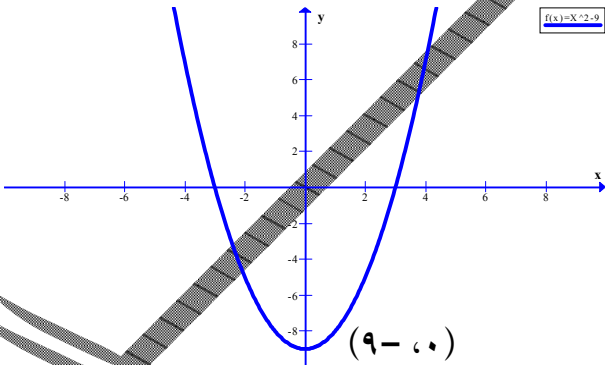
=====

مثال (١) ارسم منحنى الدالة د: $د(س) = س^2 - ٩$

ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع

الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

الحل:



المجال = ح، المدى = $[-9, \infty]$

الاطراد: (٢) د تناقصية على $[-\infty, 0]$

(ب) د تزايدية على $[0, \infty]$

نوع الدالة : زوجية

=====

نوع الدالة زوجية لتماثلها حول محور الصادات

(٢) أوجد على صورة فترة م . ح المعادلة :

$$|س + ٢| = ٣ - س$$

(٣) ارسم منحنى الدالة د: $د(س) = |س + ٤|$

ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع

الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

(٤) حل المعادلة : $|س + ٤| = ٤ - (س + ٢)$

(٥) ارسم منحنى الدالة د: $د(س) = |س^2 - ٣|$ ومن

الرسم أو بأي طريقة أخرى أوجد مجموعة حل كل من

$$١ = |س^2 - ٣|$$

$$٥ = |س^2 - ٣|$$

الدالة التربيعية

أولاً: الصورة العامة للدالة التربيعية :

$$د(س) = (س - ٢) + ب$$

رأس المنحنى = (الإزاحة السينية، الإزاحة الصادية)

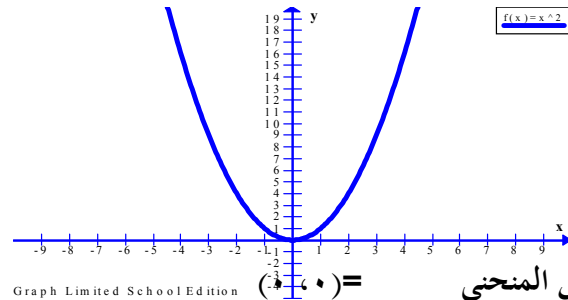
$$(٢، ب) =$$

المجال = ح، المدى = $[-\infty, \infty]$

حسب الإشارة معامل $(س - ٢)$

ثانياً: أبسط صورها:

$$د(س) = س^2$$



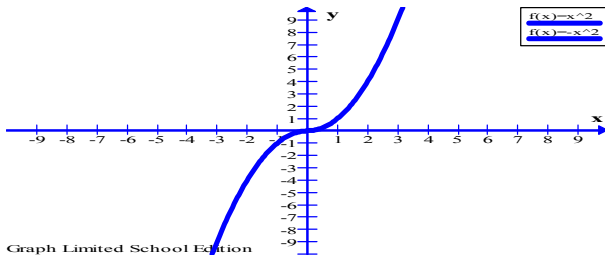
رأس المنحنى = (٠، ٠)

= (-الإزاحة السينية، الإزاحة الصادية)

المجال = ح، المدى = $[0, \infty]$

الاطراد: (٢) د تناقصية على $[-\infty, 0]$

(ب) د تزايدية على $[0, \infty]$



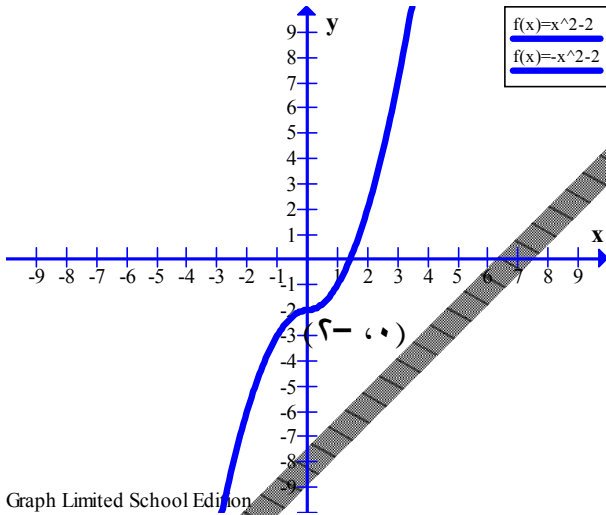
المجال = ح ، المدى = ح الاطراد: د تزايدية على مجالها نوع الدالة فردية

مثال (٤) ارسم منحنى الدالة د:

$$د(س) = س^2 - ٢$$

$$\left. \begin{array}{l} س^2 - ٢ \leq س \\ س^2 - ٢ > س \end{array} \right\} = د(س)$$

ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

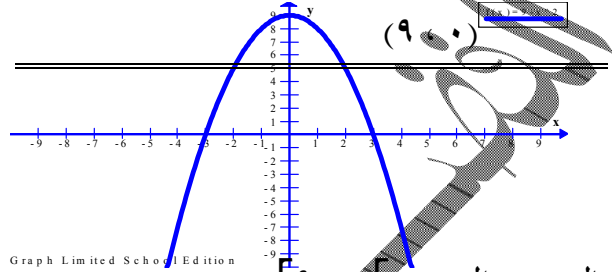


المجال = ح ، المدى = ح ، الاطراد: د تزايدية على مجالها نوع الدالة لازوجية ، لا فردية

مثال (٥) ارسم منحنى الدالة د:

$$د(س) = س^2 - س - ٢$$

مثال (٢) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = س^2 - ٩ = س^2 ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.



المجال = ح ، المدى = $[-9, \infty[$

الاطراد: (٩) د تزايدية على $[0, \infty[$

(ب) د تناقصية على $]-\infty, 0]$

نوع الدالة : زوجية

ملاحظات هامة على منحنى الدالة

(١) تحديد نقطة رأس المنحنى = (٩, ب)

= (الإزاحة السينية ، الإزاحة الصادية)

(٢) تحديد نقطة تقاطع المنحنى مع محور الصادات

= (٠, د) ، وذلك بوضع س = ٠

(٣) تحديد نقطة تقاطع المنحنى مع محور السينات

وذلك بوضع د(س) = ص = ٠ ثم نوجد قيم س

مثال (٣) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = س^2 - س - ٢

ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع الدالة

من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

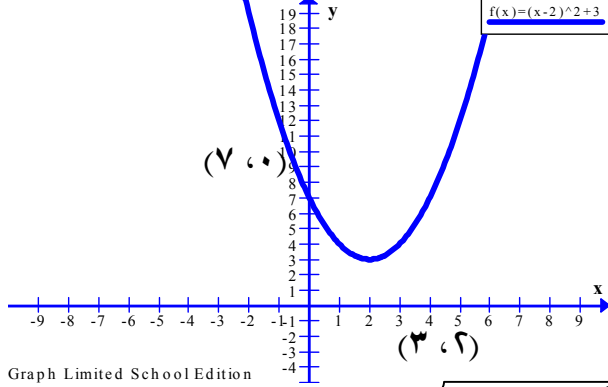
الحل س^2 عندما س ≤ ٠

د(س) = س^2 عندما س > ٠

الاطراد: (٢) د تناقصية على $[-\infty, 0]$
 (ب) د تزايدية على $[0, \infty]$
 نوع الدالة لا زوجية ، لا فردية

مثال (٨) ارسم الدالة د: $(س) = (س - ٢) + ٣$

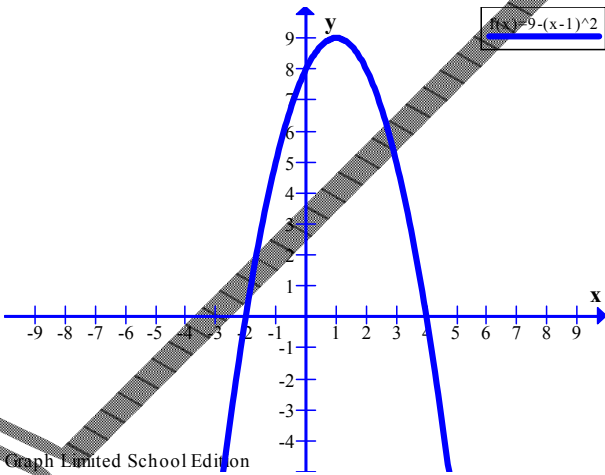
ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع الدالة
 من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.



ثم نكمل الحل

مثال (٩) ارسم الدالة د: $(س) = ٩ - (س - ١)^2$

ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع الدالة
 من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.



أكمل الحل

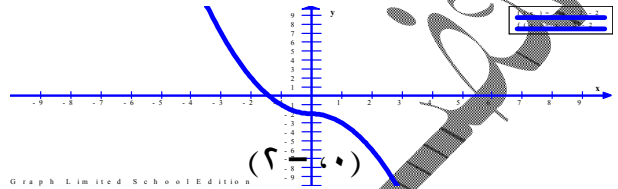
مثال (١٠) ارسم منحنى الدالة د:

$$(س) = س^٢ - ٢ |س|$$

ثم أوجد مجموعة حل المعادلة :

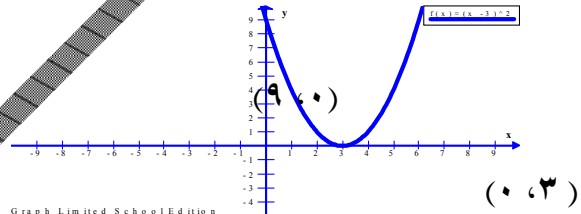
$$\left. \begin{aligned} & -س^٢ - ٢ \leq س \\ & س^٢ - ٢ > س \end{aligned} \right\} = (س)$$

ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع الدالة
 من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.



المجال = ح ، المدى = ح ، الاطراد: د تزايدية على مجالها
 نوع الدالة لا زوجية ، لا فردية
 مثال (٦) ارسم منحنى الدالة د:

د(س) = (س - ٣)^٢ ومن الرسم استنتج المجال والمدى
 والاطراد ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير
 ذلك.

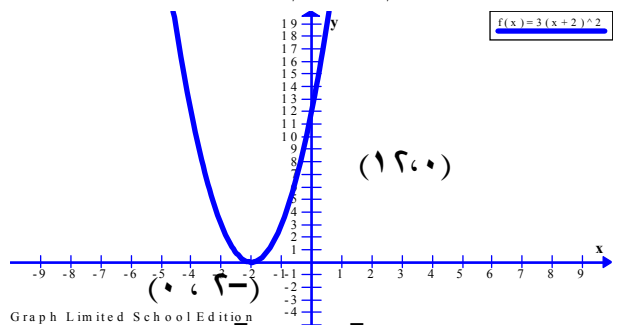


المجال = ح ، المدى = ح ،

الاطراد: (٢) د تناقصية على $[-\infty, ٣]$
 (ب) د تزايدية على $[٣, \infty]$
 نوع الدالة لا زوجية ، لا فردية

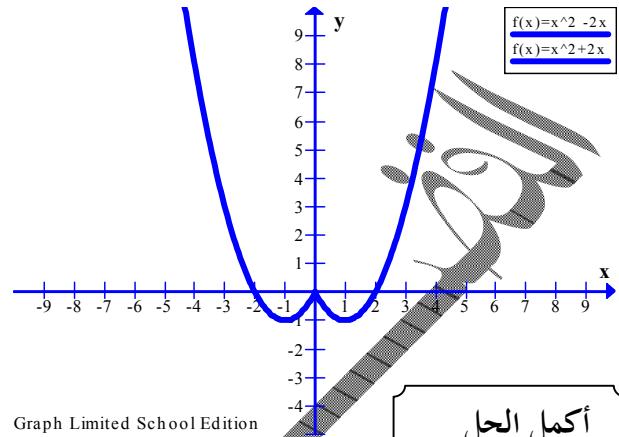
مثال (٧) ارسم الدالة د: $(س) = ٣(س + ٢)^٢$

ومن الرسم استنتج المجال والمدى والاطراد ونوع الدالة
 من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.



المجال = ح ، المدى = $[٠, \infty]$

س^٢ - ٢ = |س| من الرسم ، كذلك مجموعة حل
المعادلة : س^٢ - ٢ = |س|



أكمل الحل

مثال (١١) ارسم منحنى الدالة د:

د(س) = - (س + ٤) - ٣ ومن الرسم استنتج المجال
والمدى والاطراد ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم
فردية أم غير ذلك.

مثال (١٢) ارسم منحنى الدالة د:

د(س) = س^٢ - ٤ س + ٥ ومن الرسم استنتج المجال
والمدى والاطراد ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم
فردية أم غير ذلك.

الحل ∴ د(س) = س^٢ - ٤ س + ٥

نضيف $\pm \left(\frac{1}{4}\right)$ معامل (س) $\pm \left(\frac{1}{4}\right)$

⇐ د(س) = (س - ٢) - ٤ س + ٥

⇐ د(س) = (س - ٢) + ١

ثم نكمل الحل كسابقه

مثال (١٢) ارسم منحنى الدالة د:

د(س) = س^٢ + ٨ س + ١٤ ومن الرسم استنتج المجال
والمدى والاطراد

ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

الحل ∴ د(س) = س^٢ + ٨ س + ١٤

نضيف $\pm \left(\frac{1}{4}\right)$ معامل (س) $\pm \left(\frac{1}{4}\right)$

د(س) = (س + ٤) - ٢ + ١٤ + ١٦

د(س) = (س + ٤) - ٢

ثم نكمل الحل كسابقه

مثال (١٢) ارسم منحنى الدالة د:

د(س) = - س^٢ - ٨ س - ١٤ ومن الرسم استنتج

المجال والمدى والاطراد

ونوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

الحل ∴ د(س) = - س^٢ - ٨ س - ١٤

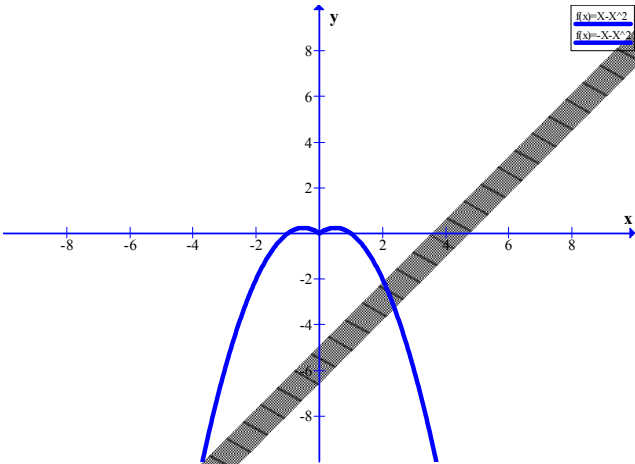
د(س) = - س^٢ - ٨ س - ١٤ + ١٦ + ١٦

د(س) = - س^٢ - ٨ س - ١٤ + (١٦ + ١٦)

د(س) = - س^٢ - ٨ س - ١٤ + ٣٢

ثم نكمل الحل كسابقه

مثال (١٣) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = |س| - س^٢
ومن ارسم استنتج المدى ، و الاطراد ، ونوع الدالة من حيث
كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.



المدى = $\left[-\frac{1}{4}, \infty\right)$

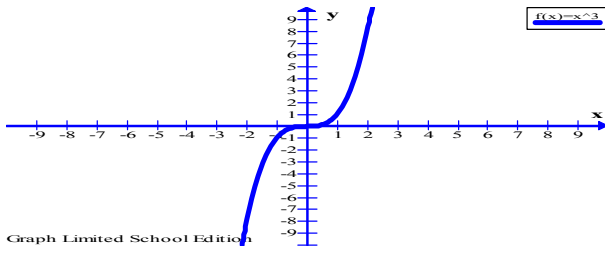
الاطراد : (أ) د تزايدية على $\left[-\frac{1}{4}, \infty\right)$

(ب) د تناقصية على $\left[0, \frac{1}{4}\right)$

(ج) د تزايدية على $\left[\frac{1}{4}, 0\right)$

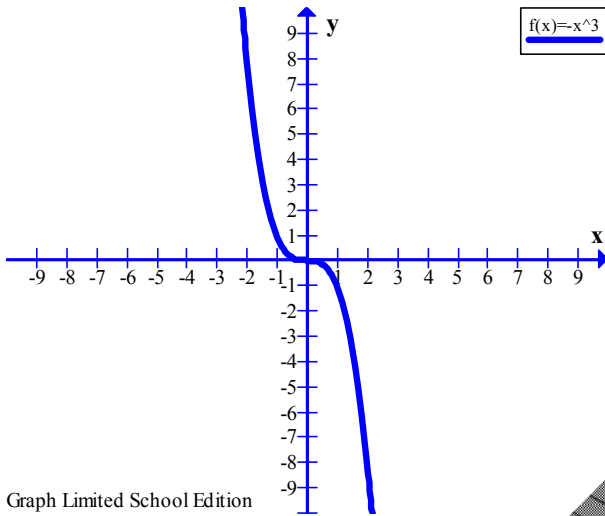
(د) د تناقصية على $\left[\frac{1}{4}, \infty\right)$

نوعها : د زوجية



المجال = ح ، المدى = ح ، الاطراد : د : تزايدية على مجالها ، نوع الدالة فردية

$$د(س) = -س^3$$



المجال = ح ، المدى = ح ، الاطراد : د : تناقصية على مجالها ، نوعها فردية

أمثلة وتدريبات: ارسم منحنى كل من الدوال الآتية ومن الرسم أوجد المجال والمدى والاطراد وابعث نوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

(أ) $د(س) = (س+٢)^3$ (ب) $د(س) = -(س-٢)^3$

(ج) $د(س) = س^3 + ٨$ (د) $د(س) = س^3 - ١$

(هـ) $د(س) = ٨ - س^3$ (و) $د(س) = ١ - س^3$

(ز) $د(س) = (س+٣)^3 - ١$ (ح) $د(س) = |س|^3$

(ط) $د(س) = -|س|^3$ (ي) $د(س) = ١ + |س|^3$

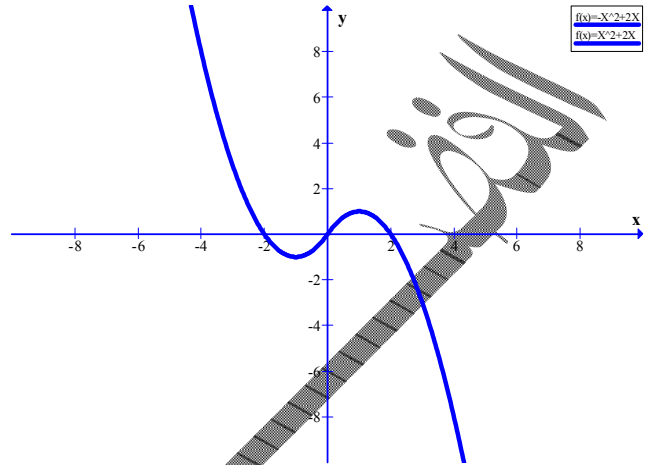
(ك) $د(س) = ١ - |س|^3$ (ل) $د(س) = \frac{س^4}{|س|}$

(م) $د(س) = ١ - |س|^3$

(ن) $د(س) = \frac{٢ + (س-٣)^3}{٣-س}$

(س) $د(س) = \frac{٢ + (٣-س)^4}{٣-س}$

مثال (١٤) ارسم منحنى الدالة د: (س) = $-س^2 + ٢$ ومن ارسم أوجد : المدى ، الاطراد ، نوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.



المجال = ح ، المدى = ح

الاطراد: (أ) د تناقصية على $[-\infty, ١]$

(ب) د تزايدية على $[-١, ١]$

(ج) د تناقصية على $[١, \infty]$

نوع الدالة : فردية

الدالة التكعيبية

الصورة العامة :

$$د(س) = (س-٢)^3 + ب$$

رأس المنحنى = (٢ ، ب)

= (الإزاحة السينية، الإزاحة الصادية)

المجال = ح ، المدى = ح ، الاطراد : د : تزايدية على

مجالها إذا كان معامل (س-٢) موجبا ، د : تناقصية على

مجالها إذا كان معامل (س-٢) سالبا

نوع الدالة فردية إذا كان ٢ = ب = ٠

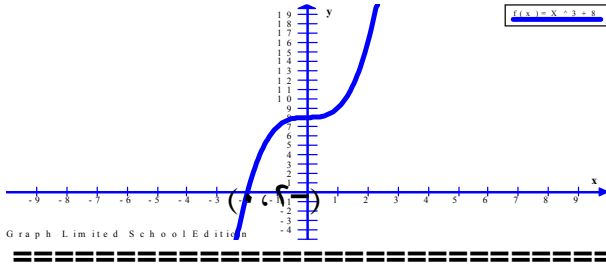
أبسط صورة : د(س) = $س^3$

نوع الدالة:

الحل: (٩) ∴ د(س) = (س+٢)³

∴ رأس المنحنى = (٠، ٢-) ، معادلة محور التماثل هي:

س = ٢- ، المجال = ح ، المدى = ح

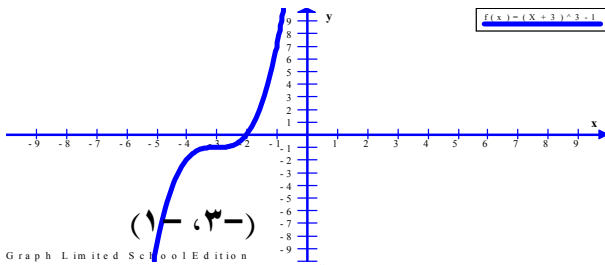


(ز) ∴ د(س) = (س+٣)³ - ١

∴ رأس المنحنى = (١-، ٣-) ،

المجال = ، المدى =

الاطراد: ، نوع الدالة:



س ≤ ٠ ،
س > ٠ ،

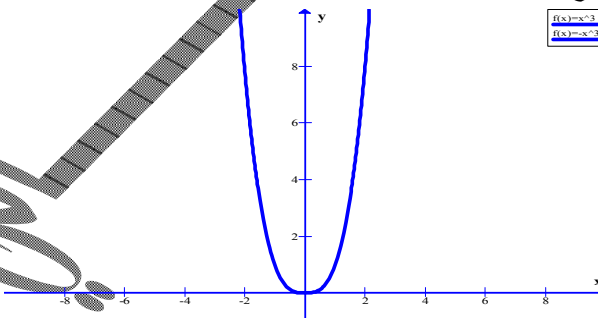
(ح) د(س) = |س|³ =

رأس المنحنى = (٠، ٠) ، محور التماثل: محور الصادات

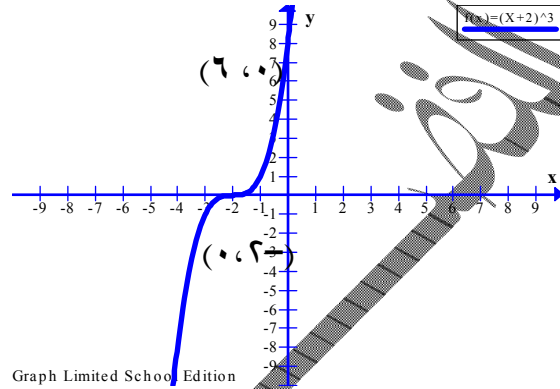
، المجال = ، المدى =

الاطراد:

نوع الدالة:



(ط) د(س) = |س|³ -



الاطراد: د: تزايدية على مجالها

نوع الدالة د: لا زوجية ، لا فردية

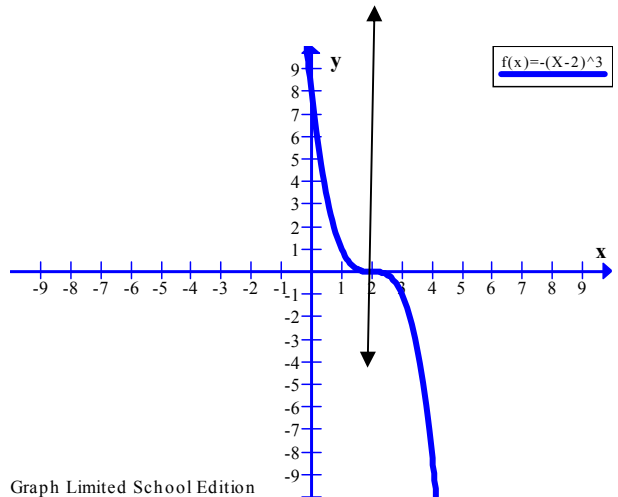
(ب) ∴ د(س) = (س-٢)³

رأس المنحنى = (٠، ٢) ، معادلة محور التماثل هي: س

٢ = ، المجال = ، المدى =

الاطراد:

نوع الدالة:



(ج) ∴ د(س) = س³ + ٨

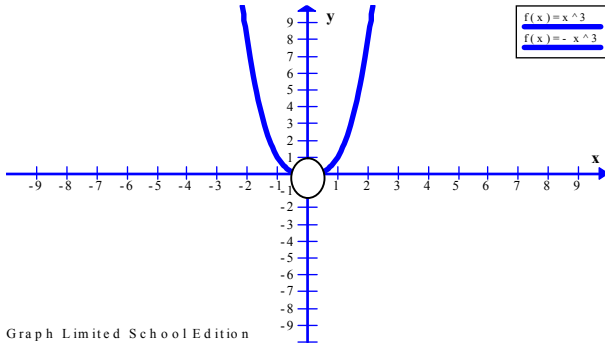
رأس المنحنى = (٠، ٨) ، معادلة محور التماثل هي: س

٠ = ، المجال = ، المدى =

الاطراد:

الاطراد:

نوع الدالة:



=====

$$(س) \quad (س) \quad د(س) = \frac{4(3-س)}{3-س} = 4$$

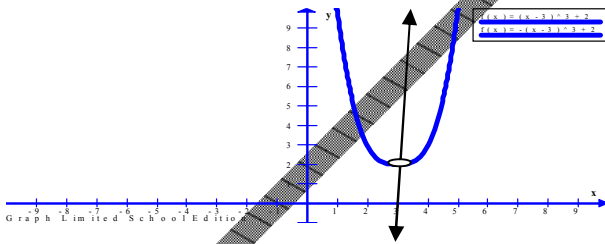
$$\left. \begin{array}{l} 3 < س , \quad 2 + 3(3-س) \\ 3 > س , \quad 2 + 3(3-س) \end{array} \right\} = د(س)$$

رأس المنحنى = (0, 1) ، محور التماثل:

المجال = ، المدى =

الاطراد:

نوع الدالة:



الدالة الكسرية

الصورة العامة :

$$د(س) = \frac{أ}{(ب - س)}$$

نقطة التماثل = (ب , ج)

أبسط صورة : د(س) = $\frac{1}{س}$

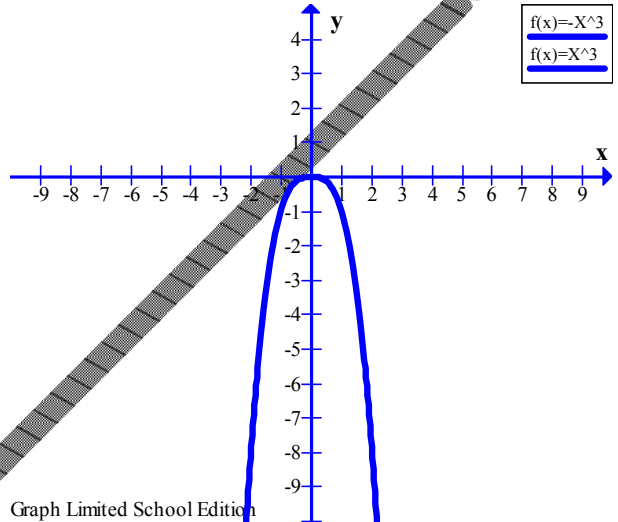
$$د(س) = \left. \begin{array}{l} -س^3 , \quad س \leq 0 \\ س^3 , \quad س > 0 \end{array} \right\}$$

رأس المنحنى = (0, 0) ، محور التماثل: محور الصادات

المجال = ، المدى =

الاطراد:

نوع الدالة:



$$(م) \quad د(س) = -1 - |س|^3$$

$$د(س) = \left. \begin{array}{l} -1 - س^3 , \quad س \leq 0 \\ -1 + س^3 , \quad س > 0 \end{array} \right\}$$

رأس المنحنى = (0, -1) ، محور التماثل: محور

الصادات ، المجال = ، المدى =

الاطراد:

نوع الدالة:

=====

$$د(س) = \frac{س^4}{|س|^3} = \left. \begin{array}{l} س^3 , \quad س < 0 \\ -س^3 , \quad س > 0 \end{array} \right\}$$

رأس المنحنى = (0, 0) ، محور التماثل: محور الصادات

المجال = ، المدى =

(٧) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{1}{s}$

(٨) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{1}{s+2}$

(٩) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{1}{s-1}$

(١٠) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{s}{s+3}$

(١١) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{s+2}{s-3}$

(١٢) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{s-3}{s+2}$

(١٣) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{s+1}{s-2}$

(١٤) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{s}{s+1}$

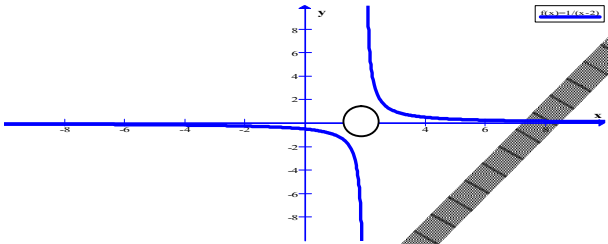
(١٥) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{1}{s} - 2$

ومن الرسم استنتج المجال ، المدى ، الاطراد ، نوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

الحل: (١) د(س) = $\frac{1}{s}$

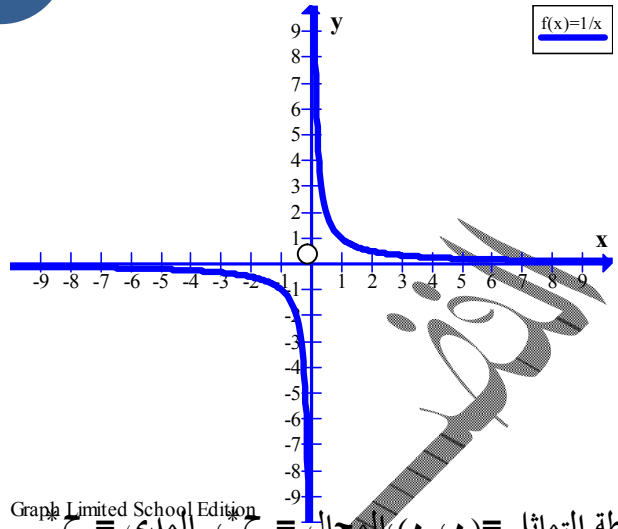
نقطة التماثل = (٠ ، ٢) المجال =

المدى = الإطراد =



=====

(٢) د(س) = $\frac{1}{s+2}$



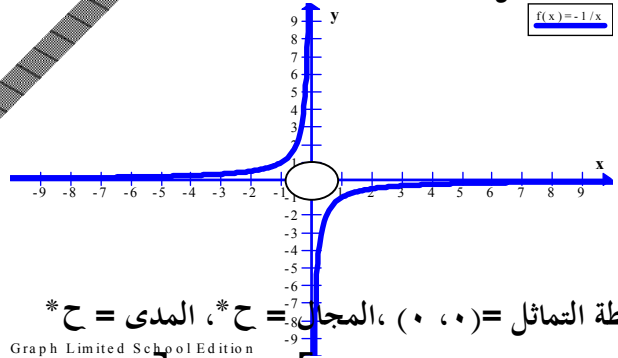
نقطة التماثل = (٠ ، ٠) ، المجال = ح* ، المدى = ح* Graph Limited School Edition

الاطراد : (٩) د : تناقصية على $[-\infty, 0)$

(ب) د : تناقصية على $(0, \infty]$

نوع الدالة : فردية لتماثلها حول نقطة الأصل

د(س) = $\frac{1}{s}$



نقطة التماثل = (٠ ، ٠) ، المجال = ح* ، المدى = ح* Graph Limited School Edition

الاطراد : (٩) د : تزايدية على $[-\infty, 0)$

(ب) د : تزايدية على $(0, \infty]$

نوع الدالة : فردية لتماثلها حول نقطة الأصل

أمثلة وتدريبات:

(١) ارسم منحنى الدالة د : د(س) = $\frac{1}{s-1}$

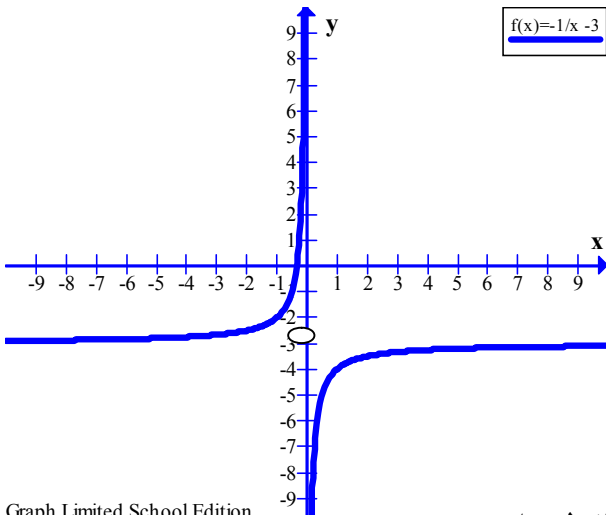
(٢) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{1}{s+3}$

(٣) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{1}{s} + 3$

(٤) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $3 - \frac{1}{s}$

(٥) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $3 - \frac{1}{s+2}$

(٦) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $1 + \frac{3}{s+2}$



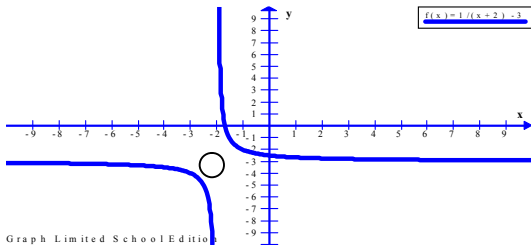
نقطة التماثل = (.....,)

المجال =، المدى =

الاطراد :

نوع الدالة :

(٥) د(س) = $3 - \frac{1}{s}$



نقطة التماثل = (.....,)

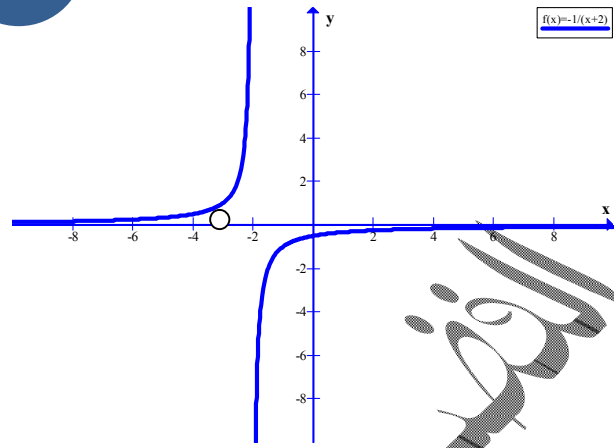
المجال =، المدى =

الاطراد :

نوع الدالة :

(٧) د(س) = $\frac{2}{|s|}$

د(س) = $\left. \begin{array}{l} \frac{2}{s} \text{ ، } s < 0 \\ \frac{2}{s} \text{ ، } s > 0 \end{array} \right\}$



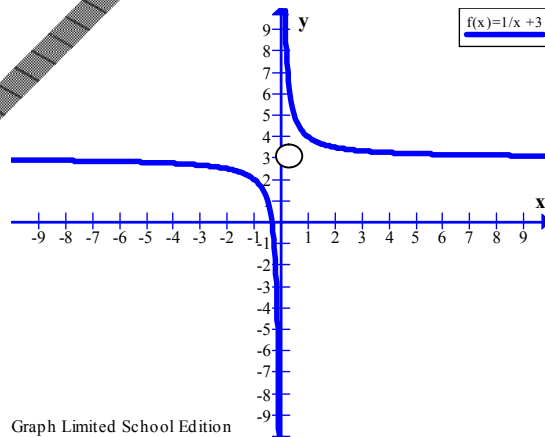
نقطة التماثل = (.....,)

المجال =، المدى =

الاطراد :

نوع الدالة :

(٣) د(س) = $3 + \frac{1}{s}$



نقطة التماثل = (.....,)

المجال =، المدى =

الاطراد :

نوع الدالة :

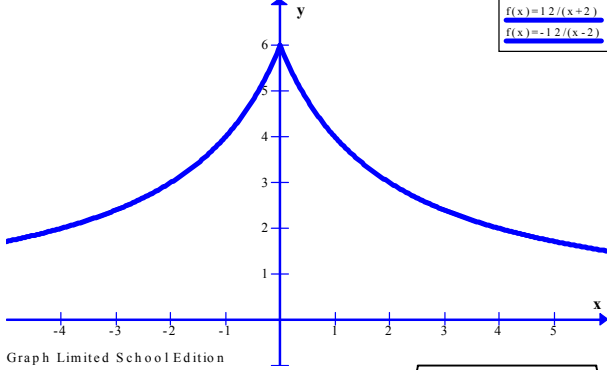
(١) د(س) = $3 - \frac{1}{s}$

$$\frac{1}{3-s} + \frac{(3-s)^2}{(3-s)} = (س)$$

$$\frac{1}{3-s} + 3 = (س)$$

ثم نكمل الحل

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{3-s} + 3 = (س) \\ \frac{1}{3-s} + 3 = (س) \end{array} \right\} = \frac{1}{3-s} = (س)$$



ثم نكمل الحل

اختبار الوحدة الأولى

$$\left. \begin{array}{l} |س| ، س > 0 \\ س^2 ، س < 0 \end{array} \right\} = (س)$$

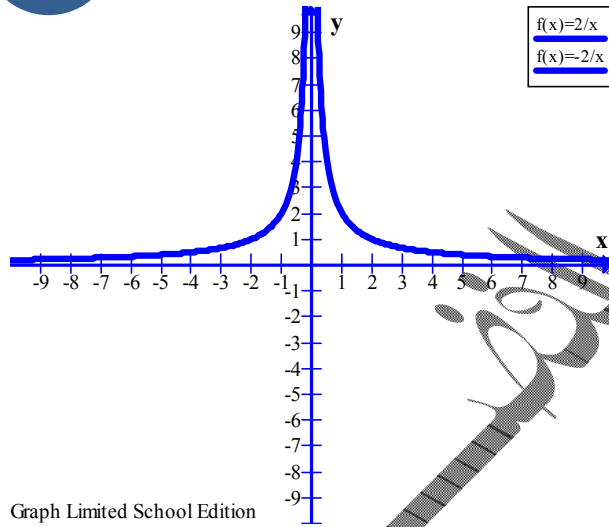
ومن الرسم استنتج المجال ، المدى ، الاطراد ، نوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

$$(2) \text{ إذ كانت د: } (س) = \frac{1}{3-s} \text{ ارسم منحنى}$$

الدالة ومن الرسم استنتج المجال ، المدى ، الاطراد ، نوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

$$\left. \begin{array}{l} س^3 - 1 ، س > 0 \\ س^2 - 1 ، س \leq 0 \end{array} \right\} = (س)$$

(4) ارسم منحنى الدالة د:



نقطة التماثل = (.....,)

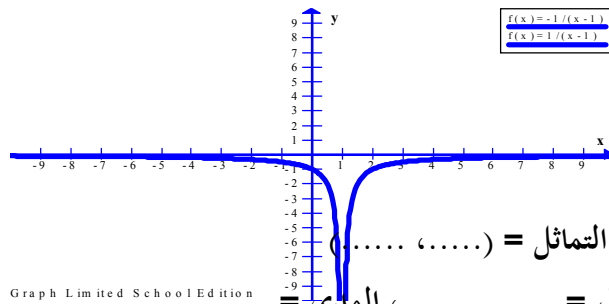
المجال = ، المدى =

الاطراد :

نوع الدالة :

$$(9) \text{ د(س) } = \frac{1}{1-s}$$

$$\left. \begin{array}{l} س < 1 ، \frac{1}{1-s} \\ س > 1 ، \frac{1}{1-s} \end{array} \right\} = (س)$$



نقطة التماثل = (.....,)

المجال = ، المدى =

الاطراد :

نوع الدالة :

$$(11) \text{ د(س) } = \frac{س^2 + 4}{3-s}$$

$$\therefore \text{ د(س) } = \frac{س^2 + 6 - 6}{3-s}$$

د(س) = $|س + ٣| - ١$ ومن الرسم استنتج المجال ، المدى ، الاطراد ، نوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

ثم أوجد مجموعة حل كل من المعادلتين :

$$د(س) = ٤ ، د(س) = (١ + س) = ٣$$

الباب الثاني

الأسس واللوغاريتمات

أولاً: مقدمة : مما سبق:

(١) قوانين الأسس :

$$٢^٣ \times ٢^٤ = ٢^{٣+٤} ، ٢^٣ \div ٢^٤ = ٢^{٣-٤}$$

$$(٢^٣)^٤ = ٢^{٣ \times ٤} ، ٢^٣ = (٢^٤)^{٣/٤}$$

$$(٢/٣)^٣ = ٢^٣ \div ٣^٣$$

$$١ = ٢^٠ ، ٢ \neq ٠ ، ١ \neq ٢^٠$$

$$٢^٣ = ٢^٣ ، ٢^٣ \neq ٢^٤ ، ٢^٣ \neq ٢^٤$$

قاعدة: (١) إذا كانت $٢^٣ = ٢^٤$ فإن $٣ = ٤$

لكل $٣ \geq ٢$ - {١ ، ٠ ، ١}

[إذا تساوت الأساسات تساوت الأسس.]

قاعدة: (٢) إذا كانت $٢^٣ = ٢^٤$ فإن $٣ = ٤$ ب لكل ٣

$\exists \{١ ، ٣ ، ٥ ، \dots\}$ ، إذا كانت

$٣ \geq ٢$ ، $\exists \{٢ ، ٤ ، ٦ ، \dots\}$ ، $|٣| = |٢|$

[إذا تساوت الأسس تساوت الأساسات] هذه

القاعدة تطبق عندما تكون (س) موجودة في الأساس

مثل : إذا كانت $٣ = ١٢٥ = ٣$ $\Leftarrow ٣ = ٣$

$$\Leftarrow ٥ = ٥$$

قاعدة (٣) إذا وجدت (س) في الأس وكانت الأسس

متساوية ، ولم تتساوى الأساسات فإن الأس = صفر

مثل حل المعادلة : $٥^{-٣} = ٥^{-٧}$

$$\Leftarrow ٥ = ٥ - ٣ = ٠ \Leftarrow ٥ = ٥$$

$$٥ = ح$$

قاعدة (٤) إذا وجدت (س) في الأساس فقط ولم

تتساوى الأسس نرفع كل من الطرفين للقوة =

المعكوس الضربي لقوة (س)

مثل : إذا كانت $١٢٨ = ٧^٣$

$$\Leftarrow (٣^٧)^{١/٧} = (٧^٣)^{١/٧} = ٨$$

قاعدة (٥) إذا لم تتساوى الأسس ولم تتساوى

الأساسات وكانت (س) موجودة في الأس نأخذ

لوغاريتم الطرفين {هذا ماسوف يدرس لاحقاً}

أمثلة وتدريب

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

$$(١) ٣^{-٣} = ١ \quad (ب) ١٦^٣ \times ٤^{-٣} = ٢$$

$$(٢) ٣^{-٤} = \frac{١}{٧٢٩} \quad (ج) ٢٥ = ٣^{-٣}$$

$$(٣) ١ = \frac{١}{٤} - س \quad (٨١)^{٤} = \frac{١}{٤}$$

$$(٤) إذا كانت $٣^{-٣} = \frac{١}{٤}$ فما قيمة ٩$$

$$(٥) إذا كانت $٣^{-٣} = \frac{١}{٤}$ فما قيمة س$$

$$(٦) ١ = \frac{١٠٢٥ \times ١٠^{-٣}}{١ + س}$$

يترك الحل كتمرين للطالب على ماسبق دراسته

الدالة الأسية

تعريف : إذا كانت $٣ \geq ٢$ - {١} ، د: ح \rightarrow ح

حيث د(س) = $٣^س$ تسمى دالة أسية أساسها ٣

أمثلة وتدريبات

التمثيل البياني للدالة الأسية

(١) إذا كانت د(س) = ٧^س فأوجد قيمة س التي تجعل

$$د(س) = (١ - س) + د(٢ + س) = \frac{٥}{٩}$$

(٢) إذا كانت د(س) = $(\frac{1}{٣})^س$ فأوجد قيمة س التي

$$تجعل د(س) = د(٢ + س) - د(٢ - س) = ٨٠$$

(٣) إذا كانت د(س) = ٥^س وكانت

$$د(١ + س) + د(١ - س) = ١٣٠ \text{ أوجد قيمة س}$$

$$(٤) \text{ حل المعادلة: } ٩^س + ٣^س - ١ = ١٢$$

$$(٥) \text{ حل المعادلة: } ٢^س + ١ - ٣^س = ٥$$

$$(٦) \text{ حل المعادلة: } ٤^س - ٣^س = ٣ + ٣^س$$

$$(٧) \text{ حل المعادلة: } ٩^س + ٧^س - ١ = ٥٦$$

$$(٨) \text{ حل المعادلة: } ٩^س - ٤^س = ٨ + ٣^س$$

$$(٩) \text{ حل المعادلة: } ٥^س - ١ = \frac{١٢٥}{٥}$$

$$(١٠) \text{ إذا كانت د(س) = ٣^س}$$

$$د(٢ + س) + د(٣ + س)$$

$$د(١ + س) + د(٢ + س)$$

أثبت أن :

تساوي د(١)

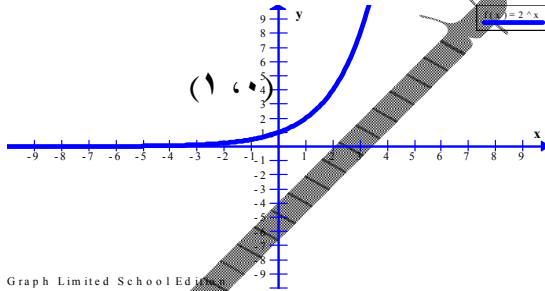
$$\frac{١٦^س \times ١ + ٨١^س}{٤٨^س \times ٣ + ٢٧^س}$$

$$= (١١) \text{ ضع د(س) =}$$

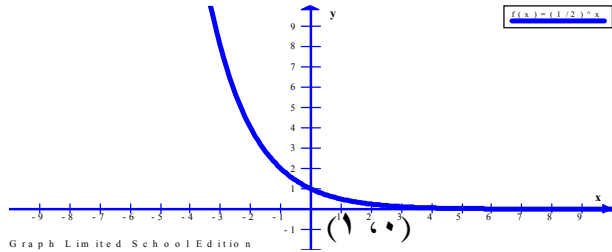
في أبسط صورة ثم حل المعادلة

$$د(س) = (\frac{٣}{٢})^س$$

أولاً: عندما $٢ < ٠$ الصفر



المجال = ح، المدى = ح* الاطراد: د: تنازلية على مجالها. . نوع الدالة : لازوجية ، ولا فردية
ثانياً: عندما $٢ > ٠$ الصفر



المجال = ح، المدى = ح* الاطراد: د: تناقصية على مجالها. . نوع الدالة : لازوجية ، ولا فردية
ملاحظات على الدالة الأسية:

(١) إذا كانت $٢ = ١$ إن د(س) تتحول إلى دالة ثابتة

إذا كانت $٢ \geq ٠$ الصفر فإن $٣^س$ تتحول إلى دالة قفازة

، عندما $٢ = ٠$ صفر

فإن $(٢) =$ كمية غير معينة

$$(٢) د(٢) \times د(٣) = د(٤)$$

$$(٣) د(٢) \div د(٣) = د(١)$$

$$(٤) [د(٢)] = د(٣)$$

$$٠ = (\overline{مأس} - ٣) (\overline{مأس} - ١)$$

$$\overline{مأس} = ٣ \Leftrightarrow س = ٣٧، س = ١$$

$$(١٠) \therefore د(س) = س$$

$$(١) \therefore \frac{د(س + ٢) + د(س + ٣)}{د(س + ١) + د(س + ٢)}$$

$$\frac{٣س + ٢س + ٣س + ٢س}{٢س + ١س + ٢س + ١س}$$

$$(١) د(س) = \frac{٢س(س + ١)}{س(س + ١)} = س$$

طرق حل المعادلات الأسية:

(١) إذا كانت المعادلة على الصورة:

$$٢س + ٣س + ٤س + ٥س + ٦س = ٠ \text{ أي (أس) الحد}$$

الأول ضعف (أس) الحد الأوسط. تحل

بالتحليل (المقدار الثلاثي)

(٢) إذا كانت المعادلة على الصورة :

$$٢س + ٣س + ٤س + ٥س = ٦س \text{ نأخذ العامل}$$

المشترك للطرف الأيمن بأصغر (أس)

(٣) إذا لم تتساوى الأسس، و لم تتساوى

الأساسات نأخذ لوغاريتم الطرفين

التمثيل البياني للدالة الأسية

(١) ارسم منحنى الدالة د:

$$د(س) = ٢س \text{ على } [٣، ٣-]$$

(٢) ارسم منحنى الدالة د:

$$د(س) = \left(\frac{١}{٢}\right)^س \text{ على } [٣، ٣-]$$

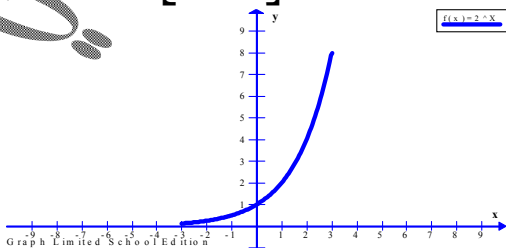
(٣) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = س

ومن الرسم استنتج المدى الاطراد، ونوع الدالة من

حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك

الحل

$$(١) \therefore د(س) = ٢س \text{ على } [٣، ٣-]$$



الحل

$$(١) \therefore د(س) = ٧س$$

$$\therefore د(٢س - ١) + د(١ + ٢س) = \frac{٥٢}{٩}$$

$$\therefore ٧^{٢س-١} + ٧^{١+٢س} = \frac{٥٢}{٩}$$

$$٧^{٢س-١} (١ + ٧) = \frac{٥٢}{٩} \times ٧^{١-٢س} \Rightarrow ٨ \times ٧^{١-٢س} = \frac{٥٢}{٩}$$

$$\Rightarrow ٧^{١-٢س} = \frac{١٣}{٩} \Rightarrow ٧^{١-٢س} = ٧^{٢-٢س} \Rightarrow ١ - ٢س = ٢ - ٢س$$

$$\Rightarrow س = \frac{١}{٢}$$

حل آخر: $\therefore د(س) = ٧س$

$$\therefore د(٢س - ١) + د(١ + ٢س) = \frac{٥٢}{٩}$$

$$\therefore ٧^{٢س-١} + ٧^{١+٢س} = \frac{٥٢}{٩}$$

$$\therefore ٧^{٢س-١} (٧ + ٧^{١-٢س}) = \frac{٥٢}{٩} \Rightarrow ٧^{٢س-١} \times \frac{٥٢}{٧} = \frac{٥٢}{٩}$$

$$\Rightarrow ٧^{٢س-١} = \frac{٥٢}{٩} \Rightarrow ٧^{٢س-١} = ٧^{٢-٢س} \Rightarrow ٢س - ١ = ٢ - ٢س$$

$$(٤) \therefore ٩س + ٣س^{٢س-١} = ١٢$$

$$\therefore ٣س^{٢س} + ٣س^{٢س-١} = ١٢$$

$$\therefore ٣س^{٢س-١} (٣ + ١) = ١٢$$

$$\Rightarrow ٣س^{٢س-١} = ٣ \Rightarrow س = ١$$

$$(٦) \therefore \overline{مأس} - ٤ \overline{مأس} + ٣ = ٠$$

اللوغاريتمات

المدى = $\left[\frac{1}{8}, 8 \right]$ ، الاطراد : الدالة تزايدية على مجالها، نوع الدالة لازوجية، و لا فردية

(٢) د(س) = $\left(\frac{1}{3} \right)^s$ على $[3, 3-]$

∴ المدى = $\left[\frac{1}{8}, 8 \right]$ ، الاطراد: الدالة تناقصية

على مجالها، نوع الدالة لازوجية، ولا فردية

مقدمة: نعلم أن $81 = 3^4$ حيث (٨١) تسمى العدد

(٣) الأساس، (٤) تسمى الأس للأساس (٣)،

(٤) تسمى لوغاريتم العدد (٨١)

∴ $81 = 3^4 \Leftrightarrow \log_3 81 = 4$

الصورة الأسية والصورة اللوغاريتمية

الصورة اللوغاريتمية : $\log_{125} 125$

الصورة الأسية: $125 = 5^3$

(ب) الصورة اللوغاريتمية : $\log_{125} 125$

الصورة الأسية: $125 = 5^3$

(ج) الصورة اللوغاريتمية : $\log_{10} 0.0001 = -4$

الصورة الأسية: $0.0001 = 10^{-4}$

(د) $\log_3 8 = 3 \Leftrightarrow 3^3 = 8$

(هـ) $\log_{10} 1 = 0 \Leftrightarrow 10^0 = 1$

(و) $\log_2 (5 - 3) = 2 \Leftrightarrow 2^2 = (5 - 3)$

$2 - 5 = -3 \Leftrightarrow 2^2 = 9 \Leftrightarrow 2^2 = 4 \Leftrightarrow 2 = 4$

أولاً: قوانين اللوغاريتمات

(١) $\log_m s + \log_m v = \log_m sv$

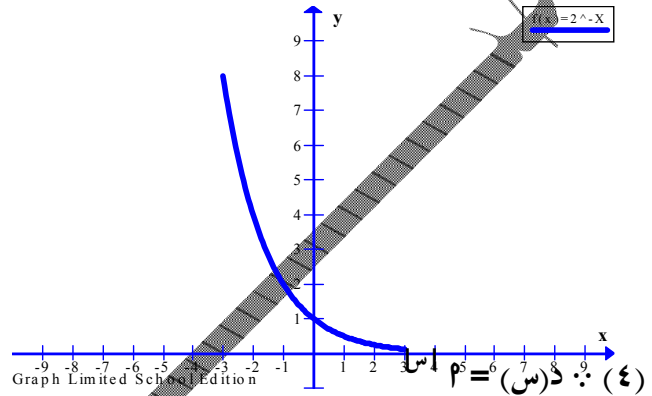
(٢) $\log_m s - \log_m v = \log_m \frac{s}{v}$

(٣) $\log_m s = \log_m s^h \Leftrightarrow h \log_m s = \log_m s^h$

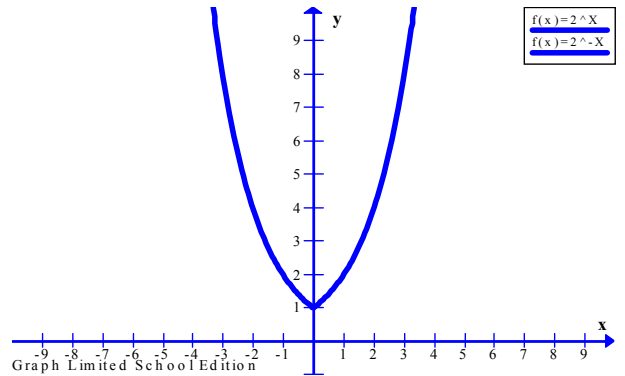
(٤) $\log_m 1 = 0$ (٥) $\log_m m = 1$

أمثلة وتدريبات

(١) أثبت أن : $\log_{17} 17 - \log_{17} 1 + \log_{17} 17 = 2$



(٤) ∴ د(س) = $\begin{cases} s^m, & s \geq 0 \\ s^{-m}, & s > 0 \end{cases}$



المجال = ح، المدى = $[1, \infty)$

الاطراد : (٢) د : تناقصية على $[-\infty, 0]$

(ب) د : تزايدية على $[0, \infty)$

نوع الدالة : زوجية لتمثلها حول محور الصادات

الحل : \therefore لو $\frac{1}{\sqrt{7}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$
 $\frac{3}{\sqrt{7}} = \frac{3}{\sqrt{7}} = 100$ ملحوظة الأساس ١٠ لا يكتب
 ويسمى لو غاريتم معتاد

ويسمى لو غاريتم معتاد

(٢) أوجد قيمة :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

(٣) أوجد قيمة : (٢) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}}$

$$(ب) \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$(٤) \text{ حل المعادلة : لو س - لو ١٥ = ٢, ٢}$$

$$\text{الحل : } \therefore \text{ لو س - لو ١٥ = ٢, ٢}$$

$$\therefore \text{ لو س = ١٥ + ٢, ٢}$$

$$\therefore \text{ لو س = ١٥ + ٢, ٢} = \text{لو ٣ = س = ٣}$$

$$(٥) \text{ حل المعادلة : لو س + لو ١ = ٠, ١ = ٥ + ٥}$$

(٦) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة :

$$(٢) \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$(٧) \text{ أثبت أن : لو ١٩٦ = ١٩٦ - ١٩٦ = ٢ + ٢ = ٤}$$

$$(٨) \text{ إذا كان : لو ٢ = لو ٢ أثبت أن ٢ = ٢}$$

$$\text{الحل : } \therefore \text{ لو ٢ = ٢ = ٢ = ٢ = ٢ = ٢}$$

$$\text{بالمثل لو ٢ = ٢ = ٢ = ٢ = ٢ = ٢}$$

$$\text{من ①, ② : } ٢ = ٢$$

قاعدة : إذا كان لو ٢ = لو ٢ ، فإن ٢ = ٢

قاعدة : إذا كان لو ٢ = لو ٢ ليس من الضروري

$$\text{أن } ٢ = ٢$$

$$\text{مثل لو ٨ = ٨ = ٢٧ = ٣, ولكن ٨ \neq ٢٧}$$

$$\text{قاعدة : لو ١ - ٢ = ١ - ٢ = ١ - ٢}$$

$$\text{قاعدة : لو ١ = ١ = ١ = ١ = ١ = ١}$$

$$(٩) \text{ حل المعادلة : لو س + لو ٩ = ٤, ٩}$$

$$\text{لو ٣٥ - ٣٥ = ١٢٥ + ١٧٥}$$

$$(١٠) : \text{ إذا كان :}$$

$$\therefore \text{ لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\therefore \text{ لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\therefore \text{ لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\therefore \text{ لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\therefore \text{ لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\therefore \text{ لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$(١١) \text{ أثبت أن : لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

(١٢) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة :

$$\text{لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$(١٣) \text{ أثبت أن : لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\text{الحل : نفرض أن : لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\therefore \text{ لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\text{من ①, ② : } \therefore \text{ لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\text{قاعدة : لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\text{قاعدة : لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$(١٤) \text{ حل المعادلة : لو س = ٤, ٤}$$

$$(١٥) \text{ حل كل معادلة مما يأتي :}$$

$$(٢) \text{ (لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \text{) } \div (١ + \text{لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} \text{) = ١}$$

$$(ب) \text{ س = لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$(ج) \text{ لو س + لو } \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{7}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} = ٦$$

$$(د) \text{ (لو س) } - ٢ = ٣ - \text{لو س} + ٢ = ٠$$

$$(هـ) \text{ (لو س) } - (١ - \text{لو س}) = ٨$$

$$(و) \text{ (لو س) } + (٢ + \text{لو س}) = ١ - ٢$$

(١٩) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة:

$$(٢) \text{ لوم } ٣ - ١٤ - \text{لوم } ٤ + ٥ - \text{لوم } ٢ - \frac{٢٥}{٧} - \text{لوم } ٧$$

$$(ب) \text{ لوم } \frac{٢٤}{٥} + ٥ \text{ لوم } ٥ + \text{لوم } ٢٧ - ٤ \text{ لوم } ٤$$

$$(ج) \text{ لوم } ٢ - ١٥ - \text{لوم } \frac{٢}{٧} - \text{لوم } ١٧٥$$

(٢٠) أثبت أن :

$$\frac{(١٢٥)^٢ - ٢٧ \times (١٢٥) + ١}{(١٢٥)^٢ - ٢٧ \times (١٢٥) + ١} = \frac{(١٢٥)^٢ - ٢٧ \times (١٢٥) + ١}{(١٢٥)^٢ - ٢٧ \times (١٢٥) + ١}$$

$$\frac{١}{١٢٥} =$$

حل (٦-ب)

$$\frac{١٢٥ - ٢٧ \times ١٠ + ١}{١٠} = \frac{١٢٥ - ٢٧٠ + ١}{١٠} = \frac{-١٤٤}{١٠} = -١٤,٤$$

$$\frac{\frac{٢}{١٠} \text{ لوم } ١٠ - \frac{٢}{٩} \text{ لوم } ٩ + ٥ \text{ لوم } ٥}{٤,٥} =$$

$$\frac{\frac{٢}{١٠} (١٠ - ٩ + ٥)}{٤,٥} =$$

$$\frac{\frac{٢}{١٠} (١٠ - ٩ + ٥)}{٤,٥} =$$

(٢١) أوجد قيمة : لوم $\frac{١}{٢} \times$ لوم ب

$$\text{الحل : لوم } \frac{١}{٢} = \frac{\text{لوم ب}}{\text{لوم ب}}$$

$$\text{لوم ب} = \frac{\text{لوم ب}}{\frac{١}{٢}} = \frac{\text{لوم ب} \times ٢}{١} = ٢ \text{ لوم ب}$$

$$\text{لوم } \frac{١}{٢} \times \text{لوم ب} = \frac{\text{لوم ب}}{\frac{١}{٢}} = \frac{\text{لوم ب} \times ٢}{١} = ٢ \text{ لوم ب}$$

$$\frac{\text{لوم ب}}{\frac{١}{٢}} = \text{لوم ب} \times ٢ = ٢ \text{ لوم ب}$$

مسائل من الدليل

(١) إذا كانت د(س) = م فأثبت أن :

$$\frac{(١ - د(س))(١ + د(س))}{(١ - د(س)) - (١ + د(س))} =$$

د(س)

$$(ز) \text{ لوم } ٢٧ = \text{س} - ٢$$

$$(ح) \text{ لوم } (٢ - \text{س}) = ٣ -$$

$$(ط) \text{ لوم } ٦ - \text{س} = ٦ -$$

$$(ي) \text{ لوم } |١ + \text{س}| = ٤$$

$$(٢٢) \text{ لوم } \frac{١}{٧٢٩} = \text{س} - ٢ - ٣ \times \frac{١}{٧٢٩}$$

(ل) بوضع م = ص في المعادلة :

$$\text{لوم } \frac{١}{٧٢٩} = \text{س} - ٢ - ٣ \times \frac{١}{٧٢٩} \text{ أوجد قيمة ص ومن ذلك أثبت س} =$$

$$(م) \text{ حل المعادلة: } \frac{(١٠ - ١٢٥) - ١٢٥}{١٠} = \text{لوم س}$$

$$\text{حل (ي) : لوم } |١ + \text{س}| = ٤$$

$$\therefore |١ + \text{س}| = ٤ \Rightarrow \text{س} = ٣ \text{ أو } \text{س} = -٥$$

$$\therefore |١ + \text{س}| = ٤ \Rightarrow \text{س} = ٣ \text{ أو } \text{س} = -٥$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} + ١ \leq ٤ \\ \text{س} - ١ \geq ٤ \end{array} \right\} = ١٦$$

$$\text{س} - ١ \geq ٤ \Rightarrow \text{س} \geq ٥$$

$$\text{س} + ١ \leq ٤ \Rightarrow \text{س} \leq ٣$$

$$\therefore \text{س} = ١٥$$

$$\text{أ، س} - ١ = ١٦ \Rightarrow \text{س} = ١٧$$

$$\therefore \text{س} = ١٧$$

$$\therefore \text{ح، م} = \{١٥, ١٧\}$$

(١٦) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة:

$$\text{لوم } ٢ - \text{لوم } \frac{١}{٧} + ١٧ \text{ لوم } \frac{١}{٧} + ٤ \text{ لوم } \frac{١}{٧} + ٣ \text{ لوم } ٤$$

$$(١٧) \text{ إذا كانت : د(س) = } \frac{١}{٣} (٣ - \text{س}) \text{ أوجد :}$$

$$\text{ر، س} = \frac{١}{٣} (٣ - \text{س}) \text{ أوجد :}$$

$$\text{أولا : د(س) + ر(س)}$$

$$\text{ثانيا : د(س) - ر(س)}$$

$$(١٨) \text{ أثبت لوم } \frac{١}{١٣} - \text{لوم } \frac{١}{١٣} = ٣ \text{ لكل س}$$

$$\text{س} \in \{١\}$$

$$\text{الحل : لوم } \frac{١}{١٣} - \text{لوم } \frac{١}{١٣} = ٣ \text{ لوم } \frac{١}{١٣} = ٣ \text{ لوم } \frac{١}{١٣}$$

$$\text{لوم } \frac{١}{١٣} = ٣ \text{ لوم } \frac{١}{١٣} = ٣ \text{ لوم } \frac{١}{١٣}$$

(١٨) إذا كان : $٤س + ص = ١٢٨$

، $٥س - ٢ص = ١$ فما قيمة كل من $س$ ، $ص$ ،

(١٩) إذا كانت : $٣س \times ٥ص = ٧٥$

، $٣ص \times ٥س = ٤٥$ فما قيمة $س$ ، $ص$ ،

(٢٠) إذا كان : $٦س \times ٧ص = ٢٨$

، $٧س \times ٢ص = ٩٨$ فما قيمة $س$ ، $ص$ ،

(٢١) إذا كان : $٣س \times ٣ص = ٢٧$

، $٣س + ٣ص = ١٢$ فما قيمة $س$ ، $ص$ ،

(٢٢) أثبت أن : لو $\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$ ومن ثم أثبت أن :

(لو $\frac{١}{٢}$) + (لو $\frac{١}{٢}$) = ١

ثانياً: إذا كان : $٢لوس + ٢لوس ص = ٥$

أثبت أن : لوس $س = \frac{١}{٢}$ ، أ،

① **الحل :** نفرض لو $٢ = ص$

$\Leftarrow ٢ = ب$ ص بأخذ لو غاريتهم الطرفين

$\Leftarrow ٢لوس = ٢لوس ص \Leftarrow ٢لوس = ٢لوس$

② $\Leftarrow \frac{٢لوس}{٢لوس} = \frac{٢لوس}{٢لوس}$

من ①، ② : لو $٢ = \frac{٢لوس}{٢لوس}$

أولاً : (لو $\frac{٢لوس}{٢لوس}$) + (لو $\frac{٢لوس}{٢لوس}$) =

$\frac{٢لوس}{٢لوس} + \frac{٢لوس}{٢لوس} =$

$\frac{٢لوس + ٢لوس}{٢لوس} =$

$\frac{٤لوس}{٢لوس} =$

ثانياً : $\therefore ٢لوس + ٢لوس ص = ٥$

$\Leftarrow \frac{٢لوس}{٢لوس} + \frac{٢لوس ص}{٢لوس} = \frac{٥}{٢لوس}$

بوضع $\frac{٢لوس}{٢لوس} = ١$ $\Leftarrow ١ + ٢ = \frac{٥}{٢لوس}$

بالضرب $\times ٢لوس \Leftarrow ٢ + ٢ = ٥$

$\Leftarrow ٢ = ٥ - ٢ = ٣$ ، $\frac{١}{٢} = ٣$

\therefore لوس $س = \frac{١}{٢}$ ، أ،

(٢٣) إذا كانت د(س) = $٧س$ فأوجد م، ح

المعادلة : د(٢س - ١) + د(١س + ١) = $\frac{٥}{٩}$

$$\frac{د(١س + ١) + د(٢س)}{د(١س + ١) + د(٢س)} = (ب) د(١)$$

$$د(١س + ١) + د(٢س)$$

(٢) حل المعادلة : $٥س - ٦س = ٥$

(٣) إذا كان :

$$\frac{١}{٢} - ص \times \sqrt{٧ص + ٣ص}$$

$$(٨١)ص - (٢١)ص - (٤٩)ص - ١$$

$٣س =$ فما قيمة $س$

$$(٤) ١٠س - ٥س - ١س \times ٢س - ٢س = ٩٥$$

$$(٥) ٢س \times ٧س - ٥س \times ٩س + ٣س = ٠$$

$$(٦) ١س - ١س = \frac{١س}{٣س} \text{ إعادة (٦) } ١س - ١س = \frac{١س}{٣س}$$

$$(٧) ١س + ٧س - \frac{١س}{٧س} = ٤٨$$

$$(٨) ٣س \times ٧س + ٥س \times ٩س = ٣س \times ٧س + ٩س \times ٧س$$

$$(٩) ٤س + ٢س - ٢س \times ٩س + ٢س \times ٨س = ٠$$

$$(١٠) ٩س - ١س - ٣س \times ٣س - ٣س + ٣س = ٠$$

$$\therefore ٣س (١س - ١س) - ٣س \times ٣س + ٣س - ٣س = ٠$$

$$\Leftarrow ٣س (١س - ١س) - ٣س \times ٣س + ٣س - ٣س = ٠$$

$$\Leftarrow (٣س - ١س) (١س - ١س) = ٠$$

$$\Leftarrow ٣س - ١س = ١س - ١س \Leftarrow ١س - ١س = ١س - ١س$$

$$\Leftarrow ٣س - ١س = ١س - ١س \Leftarrow ٣س - ١س = ١س - ١س$$

$$\{٣س \pm ١، ١ \pm ٣\}$$

$$(١١) ٤س - ١س - ١س + ١س - ١س - ١س = ٠$$

$$(١٢) ٣س - ١س - ١س = ٠$$

$$(١٣) ٥س + ١س - ١س = ٠$$

$$(١٤) ٣٠س + ١س = ٠$$

$$(١٥) ٥س + ١س - ١س = ٠$$

$$(١٦) ٢٠س - ١س = ٠$$

$$(١٧) ٨س + ١س = ٠$$

(٣٠) أثبت أن : لو_٣ × لو_٢ = ١

الحل نفرض أن لو_٣ = ص = ٣ ، لو_٢ = ٢ = ص
 $\Rightarrow (٣) = ٢ = ١$

\Rightarrow لو_٢ = ٢ = $\frac{١}{٢}$ = لو_٣ × لو_٢ = ١

(٣١) إذا كانت د(س) = ٩س، ر(س) = ٣ = ص

أوجد قيمة س التي تحقق :

$$\frac{١}{٢} = د(س) + ١ - ر(س) = ٩س + ١ - (٣) = ٦س - ٢$$

(٣٢) حل المعادلة :

$$٢(٩) = (٩س + ٢) + (٢ - س) = ٩س + ٢ - س + ٢ = ٨س + ٤$$

$$(ب) \text{ لو } (س) = ٩س + ٢ = ٩(١ - س) + ٢ = ٩ - ٩س + ٢ = ١١ - ٩س$$

$$\text{لو } ٢٥ =$$

$$(ج) \text{ لو } (س) = ٩س + ٢ = ٩(٤ + س) + ٢ = ٣٦ + ٩س + ٢ = ٣٨ + ٩س$$

$$\text{لو } ٢٥ =$$

$$(٤) ٥٠ = ١٣٣ + ٥٠ \times ١٠٠٠$$

$$(هـ) \text{ لو } (٨ - س) + \text{لو } (٦ - س) = ٠$$

$$\text{حيث } ٨ \leq ٦$$

$$(و) \text{ لو } (٩س + ٢) = ٠$$

$$(ز) ١ + ٩س = ٠ \Rightarrow ٩س = -١$$

$$(ح) \text{ لو } (س) + \text{لو } (٢س) = ٠$$

$$(ط) \text{ لو } (س) = \text{لو } (٦ + س)$$

$$(ي) \text{ لو } (١ - س) = ٣$$

$$(ك) \text{ لو } (س) = \frac{٣ - \text{لو } (س)}{٣}$$

$$(ل) \text{ لو } (٥س) + \text{لو } (س) = ٤$$

$$(م) \text{ لو } (س) = \frac{١}{٣}$$

$$(ن) \text{ لو } (٢ - س) = ٢ - \text{لو } (س) = ٢ - ١٠٠٠$$

(س) أثبت أن : لو_٣ = $\frac{٣}{٢}$ ومن ثم أوجد قيمة

$$\text{لو } ١٢٥ \times \text{لو } ٢٥$$

$$\text{لو } ٣$$

$$\therefore \text{لو } ٣ =$$

$$\text{لو } ٣$$

$$\frac{\text{لو } ٣}{\text{لو } ٣} =$$

(٢٤) إذا كانت ص = م لو_٣ أثبت أن : س = ص

ومن ثم أوجد قيمة ٩ - ١٠٠٠٠٠٠٠

(٢٥) أثبت أن : لو_٣ = ب = لو_٢ ب

ومن ثم أثبت أن :

$$\text{لو } (٢ + ب) + \text{لو } (٢ + ب) = ٤$$

الحل نفرض أن : لو_٣ = ب = ص = م = ٣

$$\text{لو } ٢ = ٢ = \text{لو } ٣ = ٣ = \text{لو } ٣ = ٣$$

$$\text{لو } ٢ = \text{لو } ٣ = ٣ = ٣ = ٣$$

$$\text{ثانيا : } \text{لو } (٢ + ب) + \text{لو } (٢ + ب) = ٤$$

$$\text{لو } (٢ + ب) + \text{لو } (٢ + ب) = ٤$$

$$٤ =$$

(٢٦) إذا كان ٣ لوس + ٤ لوص = لوس

$$٢(٢ + لوس) = ٣ \Rightarrow \text{أثبت أن } س = \frac{١}{٢}$$

(٢٧) إذا كان س = ٥ + ٦٢ أثبت أن :

$$\text{لو } (س + س^{-١}) = ١$$

(٢٨) إذا كان لو_٣ (ع + ٢) + لو_٢ ص = ٧ - $\frac{١}{٢}$

، لو_٢ (ع - ٢) - لو_٣ ص = ١ + ٧ أثبت أن :

ع = ٤ + (٣٢) ، إذا كانت ٧ = ١ فأوجد القيم

المتوقعة لكل من ص، ع

$$\text{لو } (٢ + ع) + \text{لو } (٢ + ع) = ٧ - \frac{١}{٢}$$

$$\text{لو } (٢ + ع) = ٧ - \frac{١}{٢}$$

$$\text{لو } (٢ + ع) = ٧ - \frac{١}{٢}$$

$$\text{لو } (٢ + ع) = ٧ - \frac{١}{٢} \Rightarrow ٨ = \text{لو } (٢ + ع)$$

$$\therefore \text{لو } (٢ + ع) = ٨ \Rightarrow \text{لو } (٢ - ع) = ٨ - ٢ = ٦$$

$$\text{لو } (٢ - ع) = ٦ \Rightarrow \text{لو } (٢ - ع) = ٦$$

$$\text{بضرب } (١) \times (٢) \therefore \text{ع} = ٤ - ٢ = ٢$$

$$\text{ع} = ٤ + (٣٢) = ٣٦$$

ثانيا : عندما ٧ = ١ فإن ع = ٦ \Rightarrow ص = $\frac{١}{٢}$

(٢٩) أثبت أن : لو_٣ لو_٢ = ٤

أولاً : أوجد : P ، b

ثانياً : أوجد نقط التقاطع : d ، v

ثالثاً : مدى الدالة v

الحل أولاً : $d(س) = س + ب$

$$① \quad b = 128 \quad \because d(128, 0) \quad \therefore P = 128$$

$$② \quad v = 1 \quad \because d(1, -7) \quad \therefore P = 1$$

بقسمة ① على ② $128 \leq P \leq 1$

بالتعويض في ① $b = 7$

$$\therefore d(س) = س + 7$$

ثانياً : إيجاد نقط التقاطع : عندها $d(س) = v(س)$

$$\therefore س + 7 = س + 8 \quad \therefore س = 1$$

$$\leq 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\leq 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$0 = (1 - 8 \times 1) (1 + 128 \times 1) \quad \therefore 0 = (1 - 8 \times 1) (1 + 128 \times 1)$$

$$\leq 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

$$\therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7 \quad \therefore 128 \times 1 + 7 = 8 \times 1 + 7$$

ثانياً : لوم 125×10^6

$$\therefore \text{لوم } 125 = \text{لوم } (10^6) = 6$$

$$\therefore \text{لوم } 10^6 = 6$$

$$\therefore \text{لوم } 125 \times 10^6 = 6 \times 6 = 36$$

تدريب : أثبت أن : لوم $س^3 = 3 \times \text{لوم } س$

ومن ثم أثبت أن :

$$\text{لوم } س^3 + \text{لوم } س = 6 \times \text{لوم } س$$

$$(ع) \quad 18 - 3 = 15, \quad 7 - 2 = 5, \quad 1 + 3 = 4$$

$$(ف) \quad \text{إذا كانت } د(س) = 3, \quad \therefore د(س) = 3$$

$$د(س) - (1 + د(س)) = د(س) - 3$$

$$د(س) - د(س) = 0$$

فما قيمة $س$

$$(ص) \quad \text{إذا كانت : } 3 = 1 + 3 = 4, \quad \therefore \text{أوجد قيمة } س$$

لأ قرب عدد صحيح

(ش) إذا كان :

$$\text{لوم } \frac{3}{4} + 5 \text{ لوم } 5 + 27 - \text{لوم } \frac{1}{4} = 243$$

لوم $س$ فما قيمة $س$

$$(ظ) \quad \text{إذا كانت } د(س) = 4, \quad \therefore \text{فما قيمة } س \text{ التي تجعل}$$

$$د(س) + (1 + د(س)) = 68$$

(33) أثبت أن :

$$\text{لوم } \frac{4}{1} - \text{لوم } \frac{7}{1} + \text{لوم } \frac{1}{4} = 27$$

(34) حل المعادلة :

$$(P) \quad \text{لوم } (س^3 - 2) - \text{لوم } (س - 2) = 49$$

$$(B) \quad 12 = \frac{7}{3} + 3$$

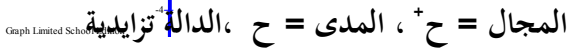
(35) إذا كانت

$$د(س) = س + ب, \quad v(س) = س + 8$$

$$\therefore d(128, 0), \quad d(1, -7), \quad \therefore d(128, 0), \quad d(1, -7)$$

ثانيا: الدالة اللوغاريتمية

الصورة: العامة: د(س) = لوم س

$$\{1\} - {}^+ \tau \ni p,$$


(ب) عندما $1 > \rho > 0$



تمرين على حل المعادلات:

$$1 = (1 + \text{لوٲ لوٲ س}) \div ٲ(ٲ لوٲ س)$$

الحل : $((\text{لوي لوس}^2) \div (1 + \text{لوي لوس})) = 1$

$$\therefore (لوٲ لوٲسٲ) \div (لوٲٲ + لوٲ لوٲس) = ١$$
$$\Leftarrow (\text{لوئ لوئس})^2 \div (\text{لوئ}^2 \text{ لوئس}) = 1$$

$\therefore \text{لوٲ س} = \text{لوٲ س}^2$

ثانياً : :: لومس + لوهس = ٣ + ٠ = ٣

$$\therefore 2 \text{ لوہے } + 3 = 0 \Leftarrow \text{لوہے } = -\frac{3}{2} \Leftarrow \text{س}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1}{r}$$

(٣٨) حل المعادلة:

$$1 - {}^2(\text{لو}) = {}^1\text{لوس} + {}^1(\text{لوس})$$

$$(لوس) = 1 + 2^{لوس}$$

$$= 10 \text{ لوس} + \text{لو} \Leftarrow (2 \text{ لو}) = [1 + \text{لوس}]$$

$$\text{لو} \Leftarrow \text{لوس} = \text{لو} - \text{لو} \cdot ۱۰$$

⇐ لوس = لو ۱۰۰ ⇐ س = ۲۰۰

أ، لوس + لو = ١٠ - لو ؟

⇐ لو س = - (لو ۲۰) ⇐ س = ۲۰

$$\left\{ \frac{1}{2}, 1, 2 \right\} = \mathbb{Z}_2$$

(٣٩) حل المعادلة : $\frac{1}{x} = (s + 3)$ لو

الحل $\therefore 4 = \frac{1}{4} = (3 + 4) - 1$

$$\Leftarrow \text{لو (س + ۳) = ۱ -}$$

$$\Leftarrow_{0,1} = 3 + \text{س} \Leftarrow_{0,1} \text{لو} = (3 + \text{س}) \text{لو} \Leftarrow$$

س = ۲,۹

(٤٠) إذا كان $s = 8$ أثبت أن :

$$٧ = ٤ \text{ لويس} + ٥ \text{ لويص} - \text{لويس}^٢ \text{ ص}^٣ = ٧$$

الحل: $٤ \text{ لويس} + ٥ \text{ لويس} - \text{لويس} = ٨ \text{ ص}$

ص = م ب

ثانيا : احسب عدد السنين التي يتضاعف فيها المبلغ

الحل : جملة المبلغ = المبلغ \times (الجنيه + ربح

الجنيه) : س = عدد السنين

$$\therefore \text{ص} = ٣٠٠٠ (١ + ٠,٠٥)^س$$

ثانيا : عندما يتضاعف المبلغ

$$\therefore ٦٠٠٠ = ٣٠٠٠ (١,٠٥)^س$$

$$\Leftarrow ٢ = (١,٠٥)^س \Leftarrow \text{لو} ٢ = \text{س لو} (١,٠٥)$$

$$\text{س} = \frac{\text{لو} ٢}{\text{لو} ١,٠٥} = \dots\dots\dots \text{سنة}$$

(٢) إذا كان عدد السكان ص بالمليون في إحدى

المحافظات يتعين بالعلاقة :

$$\text{ص} = ١١,٧ (١,٠٢)^س$$

: س = عدد السنين بدء من ١٩٨٥

أولا : احسب عدد السكان سنة ١٩٨٠

ثانيا : متى يتضاعف عدد السكان في هذه المحافظة

الحل : أولا : $\text{س} = ١٩٨٠ - ١٩٨٥ = -٥$

$$\therefore \text{ص} = ١١,٧ (١,٠٢)^{-٥} = ١١ \text{ مليون نسمة}$$

ثانيا : عدد السكان في سنة ١٩٨٥ = ١١,٧ مليون

لأن س = ٠ هنا

$$\therefore \text{عندما السكان تتضاعف} = ١١,٧ \times ٢$$

$$\Leftarrow ٢ \times ١١,٧ = (١,٠٢)^س$$

$$\Leftarrow ٢ = (١,٠٢)^س \Leftarrow \text{لو} ٢ = \text{س لو} ١,٠٢$$

$$\text{س} = \text{لو} ٢ \div \text{لو} ١,٠٢ = \dots\dots\dots$$

(٢) ارسم منحنى الدالة د : (س) = ٢ - س :

(٣) س $\in [٣, ٣ -]$ ومن الرسم أوجد

$$\sqrt[٣]{٢٥} \quad \text{ثانيا : لو} ٥$$

ارسم منحنى الدالة د : (س) = ٣ - س :

س $\in [٣, ٣ -]$ ومن الرسم أوجد : أولا : د ($\frac{٣}{٢}$)

، قيمة س التي تحقق المعادلة ٣ - س = ١ $\frac{١}{٢}$ = ٧

$$\Leftarrow (\text{لو} \text{لو} \text{س}^٢) \div (\text{لو} \text{لو} \text{س}^٢) = ١$$

$$\Leftarrow \text{لو} \text{لو} \text{س}^٢ = ١ \Leftarrow \text{لو} \text{لو} \text{س}^٢ = \text{لو} ٢$$

$$\Leftarrow \text{لو} \text{س}^٢ = ٢ \Leftarrow \text{لو} \text{س}^٢ = \text{لو} ٤ \Leftarrow \text{س}^٢ = ٤$$

$$\Leftarrow \text{س} = ٢$$

تمارين (٢) أثبت أن : (پ) $\text{لوج ب} = (ب) \text{لوج پ}$

الحل : نفرض أن : (پ) $\text{لوج ب} = \text{ص}$

$$\Leftarrow \text{لو} (پ) \text{لوج ب} = \text{لو} \text{ص}$$

$$\Leftarrow \text{لو} ب \times \text{لو} پ = \text{لو} \text{ص} \Leftarrow \text{لو} \text{ص} = \text{لو} ب + \text{لو} پ \quad \textcircled{١}$$

، بالمثل (ب) $\text{لوج پ} = \text{س}$

$$\Leftarrow \text{لو} پ \times \text{لو} ب = \text{لو} س \Leftarrow \text{لو} س = \text{لو} ب + \text{لو} پ \quad \textcircled{٢}$$

من ①، ② ينتج أن : س = ص

$$\Leftarrow (پ) \text{لوج ب} = (ب) \text{لوج پ}$$

تمارين (٣) أثبت أن : لو ب \times لو ب = ١

الحل : نفرض أن : لو ب = ص $\Leftarrow \text{س} = \text{ب} \Leftarrow \text{ب}$

$$= \text{س} - \text{ب} \Leftarrow \text{لو} ب = \text{لو} \text{س} - \text{لو} \text{ب}$$

$$\Leftarrow \text{لو} ب = \frac{١}{\text{س}}$$

$$\Leftarrow \text{لو} ب \times \text{لو} ب = \text{لو} ب \times \text{س} = ١$$

أمثلة على رسم الدالة اللوغاريتمية

(١) ارسم منحنى الدالة د : (س) = لو س :

س $\in [\frac{١}{٣٧} , ٢٧]$ ومن الرسم أوجد لو ٣,٥ ، لو

١١ $\frac{٣}{٢}$ ثانيا : عددان ينحصر بينهما لو ١٥

(٢) ارسم منحنى الدالة د : (س) = لو س ومن

$$\frac{١}{٢}$$

الرسم أوجد : لو ٣,٥

تمارين عامة على الأسس واللوغاريتمات

(١) أودع رجل مبلغ ٣٠٠٠ جنيه في بنك وكان عائد

الربح ٥% في السنة:

أولا : أكتب جملة المبلغ على الصورة

٢٠٠٩ م: (٧) بدون الحاسبة أوجد قيمة :

$$\text{لو}^3 - ٣٠ - \text{لو}^{\frac{٢٧}{٥}} - \text{لو}^{\frac{١٢٥}{٩}}$$

(٨) حل المعادلة : $٣٧^{\text{س}} = ١٠^{\text{س}}$

(٩) حل المعادلة :

$$\text{لو}^{\text{س}^2 - ٤} - \text{لو}^{\text{س} + ٢} = \text{لو}^{\frac{٢٧}{٣}}$$

(١٠) حل المعادلة : $١٢ = ٣^{\text{س}} + ٩^{\text{س}}$

(١١) حل المعادلة : $١٢,٦ = ٣^{-٥} ٣^{\text{س}}$

٢٠٠٨ م: (١٢) إذا كان $٨ = ٣^{\text{س} + ٤}$ فأوجد قيمة س

(١٣) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة :

$$\text{لو}^{\frac{١٧}{١٧,٧}} - \text{لو}^{\frac{٣٥}{١٨,١}} + \text{لو}^{\frac{١٧}{٣٦}}$$

(١٤) أوجد قيمة س إذا كان :

$$٩ = ٩^{\text{س}} - ٧ \times ٩ + ١٤$$

(١٥) حل المعادلة :

$$\text{لو}^{\text{س}^2 - ٧ + ١٤} = ١$$

===== الحل =====

$$\therefore \text{لو}^{\text{س}^2 - ٧ + ١٤} = ١$$

$$\therefore \text{لو}^{\text{س}^2 - ٧ + ١٤} = (١٤ + ٧)^{\text{س}}$$

$$\therefore \text{لو}^{\text{س}^2 - ٧ + ١٤} = (١٤ + ٧)^{\text{س}}$$

$$\therefore \text{س}^2 - ٧ + ١٤ = ١٤ + ٧ \Rightarrow \text{س} = ٢$$

(١٦) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة :

$$\text{لو}^{\frac{١٨}{٣}} - \text{لو}^{\frac{٤٩}{٤}} + \text{لو}^{\frac{٧}{٩}}$$

٢٠٠٧ م: (١٧) أوجد مجموعة حل المعادلة :

$$\text{لو}^{\text{س} + ٤} + \text{لو}^{\text{س} - ٤} = ٢$$

(١٨) إذا كان $١٠^{\text{س}} = ٧^{\text{س} - ١}$ فأوجد قيمة س

لأقرب رقمين عشريين.

(١٩) أوجد قيمة س التي تحقق المعادلة :

$$٩٠ = ٣^{\text{س} + ١} + ٣^{\text{س} - ١}$$

(٢٠) حل المعادلة : $٢^{-\text{س}} = ٥^{\text{س} + ١}$

(٢١) أثبت أن

$$\text{لو}^{\frac{١}{٤}} = \text{لو}^{\frac{٣}{١٠}} - \text{لو}^{\frac{٢٧}{١٠}} + \text{لو}^{\frac{٢}{١٠}}$$

٢٠٠٦ م: (٢٢) إذا كانت :

$$\text{لو}^{\frac{٢}{٢٢٥}} - \text{لو}^{\frac{٢٦٢٥}{٢٢٥}} + \text{لو}^{\frac{٧}{٢٢٥}} = \text{لو}^{\frac{٧}{٢٢٥}} \text{ س . فأوجد قيمة س}$$

(٢٣) إذا كان $٨ = ٤^{\text{س} + ٥} \times ٣^{-\text{س}}$ فأوجد قيمة س

(٢٤) حل المعادلة :

$$\text{لو}^{\text{س} + ١} = \text{لو}^{\text{س} + ٤} - ١$$

٢٠٠٥ م: (٢٥) بوضع $\text{ص} = ٣^{\text{س}}$ في المعادلة :

$$\text{ص}^{\text{س} - ٢} = ١ \text{ أوجد قيمة ص ، ومن ذلك}$$

استنتج قيمة س

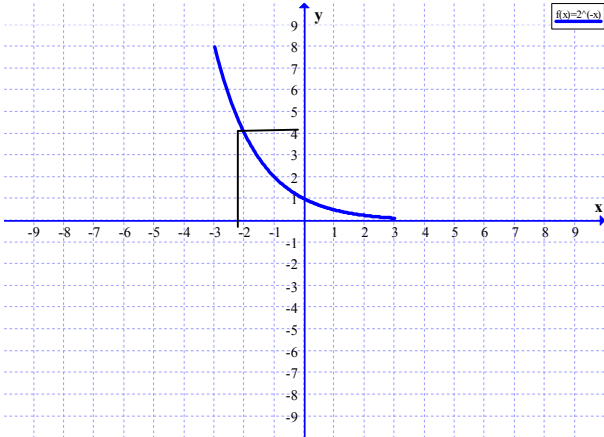
(٢٦) أثبت أن : $\text{لو}^{\text{ب}^{\text{ج}^2}} + \text{لو}^{\text{ب}^{\text{ج}^2}} = ٢$

$$= ٢(١ + \text{لو}^{\text{ب}^{\text{ج}^2}} + \text{لو}^{\text{ب}^{\text{ج}^2}})$$

لوص + ٤ لوص - لوص^٢ ص = (لو + ٢ لو + ٣) فأوجد
قيمة س ص

(٣٠) ارسم منحنى الدالة د:

د(س) = -٢^س، س ∈ [-٣، ٣] ومن الرسم أوجد
مجموعة حل المعادلة : ٢^س = ٤، ٢



∴ ٢^س = ٤، ٢ ⇒ س = لو، ٢، ٤

⇒ س = -٢، ٠، ٧

(٣١) حل المعادلة : ٣^س + ٢٧ × ٣^س = ١٢

٣٢٠٠٢: حل المعادلة:

$$\frac{(لو)^2}{لو^{٠,٠٠٠}} = لوص$$

(٣٣) حل المعادلة :

$$٢ لوص + س = ٠، ١ لوص + ٥ لوص = ٢$$

(٣٤) إذا كانت : د(س) = ٢^س فأوجد قيمة س التي

$$٧ = د(٢س + ١) - د(س - ١)$$

٢٢٠٠٢: (٣٥) إذا كان : لو^٢ + ٥ لو + ٥ = ٢٧ - لو

$$\frac{١٢٥}{٢٤٣} - لو = س فأوجد قيمة س$$

=====الحل=====

∴ لو ب ج^٢ + لو ب ج^٢

$$= لو ب + لو ب ج^٢ + لو ب ج^٢ + لو ب ج^٢$$

$$= ١ + ٢ لو + ٢ لو + ٢ لو + ١$$

$$= ٢(١ + لو + لو + لو + ١)$$

(٢٧) إذا كانت :

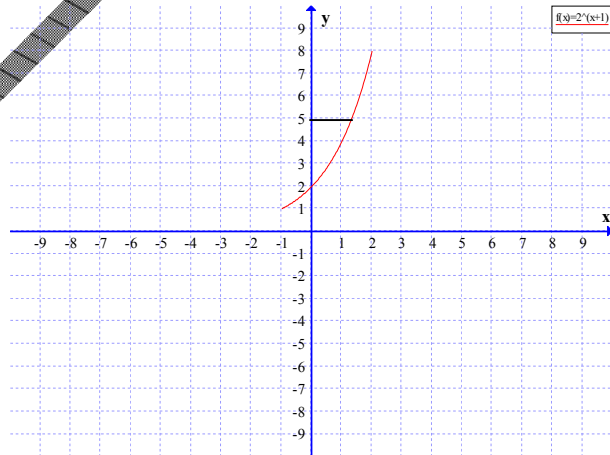
$$٢ لو + ١٥ لو - لو = ١٧٥ لو$$

أوجد قيمة س

٢٢٠٠٤: (٢٧) باستخدام منحنى الدالة د:

د(س) = ٢^س + ١، س ∈ [-١، ٢] حل المعادلة :

$$٢^س + ١ = ٥$$



$$س = لو = ١ - ٥ = ١, ٣$$

(٢٨) إذا كانت ص = م لوص فأثبت أن : ص = س

ومن ذلك أوجد قيمة : (٨١) لو^١ لو^٢

(٢٩) إذا كان : ٣

(٤٦) حل المعادلة :

$$\text{لوم} (س - ١) + \text{لوم} (س + ١) = \text{لوم} ٨$$

١٩٩٨ م: (٤٧) إذا كان د(س) = $\frac{٢}{٢+س}$ فأوجد قيمة س

التي تحقق : د(٢س + ١) + د(س - ١) = ٧

(٤٨) أثبت أن : لوص = $\frac{\text{لوس}}{\text{لوص}}$ واستخدم ذلك

لإيجاد قيمة لوم ١٧

(٤٩) حل المعادلة :

$$\text{لوم} (٢س + ١) + \text{لوم} (س - ٣) = \text{لوم} ٥$$

١٩٩٧ م: (٥٠) إذا كان :

$$\text{لوم} ٤٩ \times \text{لوم} ٨ = \text{لوم} ٢٤٣ \times \text{لوس} ٣$$

(٥١) إذا كانت د(س) = ٨ ، د(س) = ٤

فأوجد قيمة س التي تحقق :

$$\text{د} (٢س + ١) + \text{د} (٣س - ١) = ٨١$$

(٥٢) حل المعادلة :

$$٤ - س = ٥ \times س + ١ + ١٦ = ٠$$

١٩٩٦ م: (٥٣) إذا كان $٢ \times ٥ = ٢ \times ٥$ ص ٢

أوجد قيمة س

(٥٤) حل المعادلة : لوس + لوم(س + ١٢) = ٣

(٥٥) حل المعادلة : $٢ + ٢ - ٥ = ١٢$

١٩٩٥ م: (٥٦) حل المعادلة : $٨ + ١ = ٩ - ٢$

(٣٦) إذا كانت : ت(س) = $\frac{٢}{٢+س}$ فأوجد قيمة :

$$\frac{\text{ت} (س + ٢)}{\text{ت} (س - ٢)} - \frac{\text{ت} (س - ٢)}{\text{ت} (س + ٢)}$$

(٣٧) حل المعادلة : $٤ + س + س + ١ - ٨ = ٠$

(٣٨) حل المعادلة :

$$\text{لوم} ٣٣ - س - ١ + \text{لوم} ٣ - س - ٢ = \text{لوم} ٢٠ - ١$$

٢٠٠١ م: (٣٩) حل المعادلة :

$$\text{لوم} س + \text{لوم} ٤,٩ = \text{لوم} ٣٥ - \text{لوم} ١٢٥ + \text{لوم} ١٧٥$$

(٤٠) أثبت أن : لوم $\frac{٣}{٥} + ١٠ \text{لوم} ٥ - \text{لوم} ٣ = ٣$

٢٠٠٠ م: (٤١) أثبت أن :

$$\text{لوم} ٩٦ - \text{لوم} ٢ + ٦٢٥ = \frac{٢٥}{٧}$$

(٤١) حل المعادلة :

$$\text{لوم} (س + ٢) + \text{لوم} (س - ٢) = ١ - \text{لوم} ٢$$

(٤٢) إذا كان $٩ + س + ٣ + س + ١ = ١٠٨$ فأوجد قيمة س

(٤٣) إذا كانت (س + ٤) = $\frac{٢}{٣}$ ، ١٢٣ =

١٩٩٩ م: (٤٤) إذا كانت د(س) = $\frac{٤}{٢+س}$ فأوجد قيمة س

التي تحقق : د(س + ١) + د(س - ١) = ٦٨

(٤٥) إذا كانت د(س) = ٣ ، د(س) = ٩

فأوجد قيمة :

$$\text{د} (٢س - ١) + \text{د} (س + ١) = ٧٦٥$$

$$\hat{p} = 4 \text{ لو } s^2 = 8 \text{ لو } s = \hat{p}$$

$$\therefore \text{لو } s^2 = 4 + 4 \text{ لو } s^2 = 9 = 0$$

$$\hat{p} = 4 \text{ لو } s^2 = 8 + 4 \text{ لو } s = 9 = 0$$

$$\hat{p} = 4 - \frac{4}{p} + p = 9 = 0$$

$$8 = p \leq 0 = (1-p)(8-p) \leq 0 = 8 + p - 9 = 0 \leq 8 = p$$

$$1 = p, \text{ أ،}$$

$$\hat{p} = 4 \text{ لو } s^2 = 8 \leq 4 = s^2 \leq 8 = \hat{p} = 4$$

$$\text{أ، لو } s^2 = 4 \leq 1 \leq 4 = s^2$$

الباب الثالث المتابعات

أولا : بصورة عامة : المتابعة الحقيقية : هي : دالة حقيقية

مجالها = ص⁺ ، مداها ح

∴ المتابعة الحقيقية هي : د : ص⁺ ← ح

ولا يوجد لها قوانين ثابتة حتى الآن.

مثل : مجموعة الأعداد { 1, 1/2, 1/3, 1/4, ... }

مع مراعات الترتيب هي متابع حقيقية وتسمى متابعة مقلوبات الأعداد ص⁺

أ، مجموعة الأعداد { 2, 3, 5, 7, 11, ... }

مع مراعات الترتيب هي متابع حقيقية وتسمى متابعة الأعداد الأولية

ثانيا : حالات خاصة

المتابعة الحسابية والمتابعة الهندسية

أولا : المتابعة الحسابية

$$(57) \text{ حل المعادلة : } 5 = 5^s + 5^{-s} = 6$$

$$(58) \text{ إذا كان : لو } (s - ص) = 0$$

$$, (s + ص) = 2 = 25 \text{ أوجد } s, ص$$

=====الحل=====

$$\therefore \text{لو } (s - ص) = 0 \leq s - ص = 5 = 1$$

$$\therefore s = ص + 1 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\therefore (s + ص) = 2 = 25 \leftarrow \leftarrow \textcircled{2}$$

بالتعويض من ① في ②

$$\therefore (2 + ص) = 2 = 25$$

$$\therefore 2 + ص + 1 = 25 - 1 = 25 = 0$$

$$\therefore 2 + ص + 1 = 25 - 1 = 25 = 0$$

$$\therefore 2 + ص + 1 = 25 - 1 = 25 = 0$$

$$\therefore 2 + ص + 1 = 25 - 1 = 25 = 0$$

$$\therefore \{ (2, 3), (3, -2) \} = \text{ح.م}$$

(59) بدون استخدام الحاسبة أثبت أن :

$$\text{لو } 4 - 8 \text{ لو } 5 = \frac{\text{لو } 8 - 7 \text{ لو } 25}{\text{لو } 25 - 7 \text{ لو } 5} = 1 - \text{لو } 2$$

$$(60) \text{ حل المعادلة : لو } \text{لو } \text{لو } (3 - 4) = \frac{1}{3}$$

(61) بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة المقدار :

$$(5 - 2) \text{ لو } 6 - (3 - 2) \text{ لو } 3 + (2 - 1) \text{ لو } 2 = 8 \text{ لو } 2$$

$$(62) \text{ إذا كان } \frac{\text{لو } 3}{\text{لو } 6} = \frac{\text{لو } 3}{\text{لو } 6} = \frac{\text{لو } 3}{\text{لو } 6} \text{ فأوجد قيمة } s, ص$$

$$(63) \text{ حل المعادلة : لو } 4 + 4 \text{ لو } s^2 = 9 = 0$$

=====الحل=====

$$\therefore \text{لو } 4 = 2 \text{ لو } s^2 = 4 \text{ لأن } 4 = 2 \text{ لو } s^2 = 4$$

$$\therefore 4 \text{ لو } s^2 = 8 \text{ لو } s^2 = 8 \text{ لو } s^2 = 8$$

الصور العامة للمتابعة الحسابية :

$$s(1 - \alpha) + p = \tau \leftarrow s\alpha + p = \tau$$

(٢) لإيجاد رتبة الحد الذي قيمته = س نضع

المتابعة تناقصية

$$\left(\frac{r_0 - r_1}{\theta_1 - \theta_0} \right) = (r_1, \tau) (\tau)$$

ενPage

$$10 = 2 - 12 = 6, \quad 2 = 12.$$

$$\therefore 6 = (1 - 2) + 12 = 12,$$

$$202 = 12,$$

$$10 \times (1 - 2) + 2 = 202 \Leftarrow$$

$$21 = 2 \Leftarrow 20 = \frac{2-202}{1-2} = 1 - 2 \Leftarrow$$

\therefore رتبة الحد الذي قيمته 202 هي 21

=====

(2) أوجد رتبة الحد الذي قيمته 63 في المتتابعة

الحسابية (....., 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5, -7, -9, -11, -13, -15, -17, -19, -21, -23, -25, -27, -29, -31, -33, -35, -37, -39, -41, -43, -45, -47, -49, -51, -53, -55, -57, -59, -61, -63, -65, -67, -69, -71, -73, -75, -77, -79, -81, -83, -85, -87, -89, -91, -93, -95, -97, -99, -101, -103, -105, -107, -109, -111, -113, -115, -117, -119, -121, -123, -125, -127, -129, -131, -133, -135, -137, -139, -141, -143, -145, -147, -149, -151, -153, -155, -157, -159, -161, -163, -165, -167, -169, -171, -173, -175, -177, -179, -181, -183, -185, -187, -189, -191, -193, -195, -197, -199, -201, -203, -205, -207, -209, -211, -213, -215, -217, -219, -221, -223, -225, -227, -229, -231, -233, -235, -237, -239, -241, -243, -245, -247, -249, -251, -253, -255, -257, -259, -261, -263, -265, -267, -269, -271, -273, -275, -277, -279, -281, -283, -285, -287, -289, -291, -293, -295, -297, -299, -301, -303, -305, -307, -309, -311, -313, -315, -317, -319, -321, -323, -325, -327, -329, -331, -333, -335, -337, -339, -341, -343, -345, -347, -349, -351, -353, -355, -357, -359, -361, -363, -365, -367, -369, -371, -373, -375, -377, -379, -381, -383, -385, -387, -389, -391, -393, -395, -397, -399, -401, -403, -405, -407, -409, -411, -413, -415, -417, -419, -421, -423, -425, -427, -429, -431, -433, -435, -437, -439, -441, -443, -445, -447, -449, -451, -453, -455, -457, -459, -461, -463, -465, -467, -469, -471, -473, -475, -477, -479, -481, -483, -485, -487, -489, -491, -493, -495, -497, -499, -501, -503, -505, -507, -509, -511, -513, -515, -517, -519, -521, -523, -525, -527, -529, -531, -533, -535, -537, -539, -541, -543, -545, -547, -549, -551, -553, -555, -557, -559, -561, -563, -565, -567, -569, -571, -573, -575, -577, -579, -581, -583, -585, -587, -589, -591, -593, -595, -597, -599, -601, -603, -605, -607, -609, -611, -613, -615, -617, -619, -621, -623, -625, -627, -629, -631, -633, -635, -637, -639, -641, -643, -645, -647, -649, -651, -653, -655, -657, -659, -661, -663, -665, -667, -669, -671, -673, -675, -677, -679, -681, -683, -685, -687, -689, -691, -693, -695, -697, -699, -701, -703, -705, -707, -709, -711, -713, -715, -717, -719, -721, -723, -725, -727, -729, -731, -733, -735, -737, -739, -741, -743, -745, -747, -749, -751, -753, -755, -757, -759, -761, -763, -765, -767, -769, -771, -773, -775, -777, -779, -781, -783, -785, -787, -789, -791, -793, -795, -797, -799, -801, -803, -805, -807, -809, -811, -813, -815, -817, -819, -821, -823, -825, -827, -829, -831, -833, -835, -837, -839, -841, -843, -845, -847, -849, -851, -853, -855, -857, -859, -861, -863, -865, -867, -869, -871, -873, -875, -877, -879, -881, -883, -885, -887, -889, -891, -893, -895, -897, -899, -901, -903, -905, -907, -909, -911, -913, -915, -917, -919, -921, -923, -925, -927, -929, -931, -933, -935, -937, -939, -941, -943, -945, -947, -949, -951, -953, -955, -957, -959, -961, -963, -965, -967, -969, -971, -973, -975, -977, -979, -981, -983, -985, -987, -989, -991, -993, -995, -997, -999, -1001, -1003, -1005, -1007, -1009, -1011, -1013, -1015, -1017, -1019, -1021, -1023, -1025, -1027, -1029, -1031, -1033, -1035, -1037, -1039, -1041, -1043, -1045, -1047, -1049, -1051, -1053, -1055, -1057, -1059, -1061, -1063, -1065, -1067, -1069, -1071, -1073, -1075, -1077, -1079, -1081, -1083, -1085, -1087, -1089, -1091, -1093, -1095, -1097, -1099, -1101, -1103, -1105, -1107, -1109, -1111, -1113, -1115, -1117, -1119, -1121, -1123, -1125, -1127, -1129, -1131, -1133, -1135, -1137, -1139, -1141, -1143, -1145, -1147, -1149, -1151, -1153, -1155, -1157, -1159, -1161, -1163, -1165, -1167, -1169, -1171, -1173, -1175, -1177, -1179, -1181, -1183, -1185, -1187, -1189, -1191, -1193, -1195, -1197, -1199, -1201, -1203, -1205, -1207, -1209, -1211, -1213, -1215, -1217, -1219, -1221, -1223, -1225, -1227, -1229, -1231, -1233, -1235, -1237, -1239, -1241, -1243, -1245, -1247, -1249, -1251, -1253, -1255, -1257, -1259, -1261, -1263, -1265, -1267, -1269, -1271, -1273, -1275, -1277, -1279, -1281, -1283, -1285, -1287, -1289, -1291, -1293, -1295, -1297, -1299, -1301, -1303, -1305, -1307, -1309, -1311, -1313, -1315, -1317, -1319, -1321, -1323, -1325, -1327, -1329, -1331, -1333, -1335, -1337, -1339, -1341, -1343, -1345, -1347, -1349, -1351, -1353, -1355, -1357, -1359, -1361, -1363, -1365, -1367, -1369, -1371, -1373, -1375, -1377, -1379, -1381, -1383, -1385, -1387, -1389, -1391, -1393, -1395, -1397, -1399, -1401, -1403, -1405, -1407, -1409, -1411, -1413, -1415, -1417, -1419, -1421, -1423, -1425, -1427, -1429, -1431, -1433, -1435, -1437, -1439, -1441, -1443, -1445, -1447, -1449, -1451, -1453, -1455, -1457, -1459, -1461, -1463, -1465, -1467, -1469, -1471, -1473, -1475, -1477, -1479, -1481, -1483, -1485, -1487, -1489, -1491, -1493, -1495, -1497, -1499, -1501, -1503, -1505, -1507, -1509, -1511, -1513, -1515, -1517, -1519, -1521, -1523, -1525, -1527, -1529, -1531, -1533, -1535, -1537, -1539, -1541, -1543, -1545, -1547, -1549, -1551, -1553, -1555, -1557, -1559, -1561, -1563, -1565, -1567, -1569, -1571, -1573, -1575, -1577, -1579, -1581, -1583, -1585, -1587, -1589, -1591, -1593, -1595, -1597, -1599, -1601, -1603, -1605, -1607, -1609, -1611, -1613, -1615, -1617, -1619, -1621, -1623, -1625, -1627, -1629, -1631, -1633, -1635, -1637, -1639, -1641, -1643, -1645, -1647, -1649, -1651, -1653, -1655, -1657, -1659, -1661, -1663, -1665, -1667, -1669, -1671, -1673, -1675, -1677, -1679, -1681, -1683, -1685, -1687, -1689, -1691, -1693, -1695, -1697, -1699, -1701, -1703, -1705, -1707, -1709, -1711, -1713, -1715, -1717, -1719, -1721, -1723, -1725, -1727, -1729, -1731, -1733, -1735, -1737, -1739, -1741, -1743, -1745, -1747, -1749, -1751, -1753, -1755, -1757, -1759, -1761, -1763, -1765, -1767, -1769, -1771, -1773, -1775, -1777, -1779, -1781, -1783, -1785, -1787, -1789, -1791, -1793, -1795, -1797, -1799, -1801, -1803, -1805, -1807, -1809, -1811, -1813, -1815, -1817, -1819, -1821, -1823, -1825, -1827, -1829, -1831, -1833, -1835, -1837, -1839, -1841, -1843, -1845, -1847, -1849, -1851, -1853, -1855, -1857, -1859, -1861, -1863, -1865, -1867, -1869, -1871, -1873, -1875, -1877, -1879, -1881, -1883, -1885, -1887, -1889, -1891, -1893, -1895, -1897, -1899, -1901, -1903, -1905, -1907, -1909, -1911, -1913, -1915, -1917, -1919, -1921, -1923, -1925, -1927, -1929, -1931, -1933, -1935, -1937, -1939, -1941, -1943, -1945, -1947, -1949, -1951, -1953, -1955, -1957, -1959, -1961, -1963, -1965, -1967, -1969, -1971, -1973, -1975, -1977, -1979, -1981, -1983, -1985, -1987, -1989, -1991, -1993, -1995, -1997, -1999, -2001, -2003, -2005, -2007, -2009, -2011, -2013, -2015, -2017, -2019, -2021, -2023, -2025, -2027, -2029, -2031, -2033, -2035, -2037, -2039, -2041, -2043, -2045, -2047, -2049, -2051, -2053, -2055, -2057, -2059, -2061, -2063, -2065, -2067, -2069, -2071, -2073, -2075, -2077, -2079, -2081, -2083, -2085, -2087, -2089, -2091, -2093, -2095, -2097, -2099, -2101, -2103, -2105, -2107, -2109, -2111, -2113, -2115, -2117, -2119, -2121, -2123, -2125, -2127, -2129, -2131, -2133, -2135, -2137, -2139, -2141, -2143, -2145, -2147, -2149, -2151, -2153, -2155, -2157, -2159, -2161, -2163, -2165, -2167, -2169, -2171, -2173, -2175, -2177, -2179, -2181, -2183, -2185, -2187, -2189, -2191, -2193, -2195, -2197, -2199, -2201, -2203, -2205, -2207, -2209, -2211, -2213, -2215, -2217, -2219, -2221, -2223, -2225, -2227, -2229, -2231, -2233, -2235, -2237, -2239, -2241, -2243, -2245, -2247, -2249, -2251, -2253, -2255, -2257, -2259, -2261, -2263, -2265, -2267, -2269, -2271, -2273, -2275, -2277, -2279, -2281, -2283, -2285, -2287, -2289, -2291, -2293, -2295, -2297, -2299, -2301, -2303, -2305, -2307, -2309, -2311, -2313, -2315, -2317, -2319, -2321, -2323, -2325, -2327, -2329, -2331, -2333, -2335, -2337, -2339, -2341, -2343, -2345, -2347, -2349, -2351, -2353, -2355, -2357, -2359, -2361, -2363, -2365, -2367, -2369, -2371, -2373, -2375, -2377, -2379, -2381, -2383, -2385, -2387, -2389, -2391, -2393, -2395, -2397, -2399, -2401, -2403, -2405, -2407, -2409, -2411, -2413, -2415, -2417, -2419, -2421, -2423, -2425, -2427, -2429, -2431, -2433, -2435, -2437, -2439, -2441, -2443, -2445, -2447, -2449, -2451, -2453, -2455, -2457, -2459, -2461, -2463, -2465, -2467, -2469, -2471, -2473, -2475, -2477, -2479, -2481, -2483, -2485, -2487, -2489, -2491, -2493, -2495, -2497, -2499, -2501, -2503, -2505, -2507, -2509, -2511, -2513, -2515, -2517, -2519, -2521, -2523, -2525, -2527, -2529, -2531, -2533, -2535, -2537, -2539, -2541, -2543, -2545, -2547, -2549, -2551, -2553, -2555, -2557, -2559, -2561, -2563, -2565, -2567, -2569, -2571, -2573, -2575, -2577, -2579, -2581, -2583, -2585, -2587, -2589, -2591, -2593, -2595, -2597, -2599, -2601, -2603, -2605, -2607, -2609, -2611, -2613, -2615, -2617, -2619, -2621, -2623, -2625, -2627, -2629, -2631, -2633, -2635, -2637, -2639, -2641, -2643, -2645, -2647, -2649, -2651, -2653, -2655, -2657, -2659, -2661, -2663, -2665, -2667, -2669, -2671, -2673, -2675, -2677, -2679, -2681, -2683, -2685, -2687, -2689, -2691, -2693, -2695, -2697, -2699, -2701, -2703, -2705, -2707, -2709, -2711, -2713, -2715, -2717, -2719, -2721, -2723, -2725, -2727, -2729, -2731, -2733, -2735, -2737, -2739, -2741, -2743, -2745, -2747, -2749, -2751, -2753, -2755, -2757, -2759, -2761, -2763, -2765, -2767, -2769, -2771, -2773, -2775, -2777, -2779, -2781, -2783, -2785, -2787, -2789, -2791, -2793, -2795, -2797, -2799, -2801, -2803, -2805, -2807, -2809, -2811, -2813, -2815, -2817, -2819, -2821, -2823, -2825, -2827, -2829, -2831, -2833, -2835, -2837, -2839, -2841, -2843, -2845, -2847, -2849, -2851, -2853, -2855, -2857, -2859, -2861, -2863, -2865, -2867, -2869, -2871, -2873, -2875, -2877, -2879, -2881, -2883, -2885, -2887, -2889, -2891, -2893, -2895, -2897, -2899, -2901, -2903, -2905, -2907, -2909, -2911, -2913, -2915, -2917, -2919, -2921, -2923, -2925, -2927, -2929, -2931, -2933, -2935, -2937, -2939, -2941, -2943, -2945, -2947, -2949, -2951, -2953, -2955, -2957, -2959, -2961, -2963, -2965, -2967, -2969, -2971, -2973, -2975, -2977, -2979, -2981, -2983, -2985, -2987, -2989, -2991, -2993, -2995, -2997, -2999, -3001, -3003, -3005, -3007, -3009, -3011, -3013, -3015, -3017, -3019, -3021, -3023, -3025, -3027, -3029, -3031, -3033, -3035, -3037, -3039, -3041, -3043, -3045, -3047, -3049, -3051, -3053, -3055, -3057, -3059, -3061, -3063, -3065, -3067, -3069, -3071, -3073, -3075, -3077, -3079, -3081, -3083, -3085, -3087, -3089, -3091, -3093, -3095, -3097, -3099, -3101, -3103, -3105, -3107, -3109, -3111, -3113, -3115, -3117, -3119, -3121, -3123, -3125, -3127, -3129, -3131, -3133, -3135, -3137, -3139, -3141, -3143, -3145, -3147, -3149, -3151, -3153, -3155, -3157, -3159, -3161, -3163, -3165, -3167, -3169, -3171, -3173, -3175, -3177, -3179, -3181, -3183, -3185, -3187, -3189, -3191, -3193, -3195, -3197, -3199, -3201, -3203, -3205, -3207, -3209, -3211, -3213, -3215, -3217, -3219, -3221, -3223, -3225, -3227, -3229, -3231, -3233, -3235, -3237, -3239, -3241, -3243, -3245, -3247, -3249, -3251, -3253, -3255, -3257, -3259, -3261, -3263, -3265, -3267, -3269, -3271, -3273, -3275, -3277, -3279, -3281, -3283, -3285, -3287, -3289, -3291, -3293, -3295, -3297, -3299, -3301, -3303, -3305, -3307, -3309, -3311, -3313, -3315, -3317, -3319, -3321, -3323, -3325, -3327, -3329, -3331, -3333, -3335, -3337, -3339, -3341, -3343, -3345, -3347, -3349, -3351, -3353, -3355, -3357, -3359, -3361, -3363, -3365, -3367, -3369, -3371, -3373, -3375, -3377, -3379, -3381, -3383, -3385, -3387, -3389, -3391, -3393, -3395, -3397, -3399, -3401, -3403, -3405, -3407, -3409, -3411, -3413, -3415, -3417, -3419, -3421, -3423, -3425, -3427, -3429, -3431, -3433, -3435, -3437, -3439, -3441, -3443, -3445, -3447, -3449, -3451, -3453, -3455, -3457, -3459, -3461, -3463, -3465, -3467, -3469, -3471, -3473, -3475, -3477, -3479, -3481, -3483, -3485, -3487, -3489, -3491, -3493, -3495, -3497, -3499, -3501, -3503, -3505, -3507, -3509, -3511, -3513, -3515, -3517, -3519, -3521, -3523, -3525, -3527, -3529, -3531, -3533, -3535, -3537, -3539, -3541, -3543, -3545, -3547, -3549, -3551, -3553, -3555, -3557, -3559, -3561, -3563, -3565, -3567, -3569, -3571, -3573, -3575, -3577, -3579, -3581, -3583, -3585, -3587, -3589, -3591, -3593, -3595, -3597, -3599, -3601, -3603, -3605, -3607, -3609, -3611, -3613, -3615, -3617, -3619, -3621, -3623, -3625, -3627, -3629, -3631, -3633, -3635, -3637, -3639, -3641, -3643, -3645, -3647, -3649, -3651, -3653, -3655, -3657, -3659, -3661, -3663, -3665, -3667, -3669, -3671, -3673, -3675, -3677, -3679, -3681, -3683, -3685, -3687, -3689, -3691, -3693, -3695, -3697, -3699, -3701, -3703, -3705, -3707, -3709, -3711, -3713, -3715, -3717, -3719, -3721, -3723, -3725, -3727, -3729, -3731, -3733, -3735, -3737, -3739, -3741, -3743, -3745, -3747, -3749, -3751, -3753, -3755, -3757, -3759, -3761, -3763, -3765, -3767, -3769, -3771, -3773, -3775, -3777, -3779, -3781, -3783, -3785, -3787, -3789, -3791, -3793, -3795, -3797, -3799, -3801, -3803, -3805, -3807, -3809, -3811, -3813, -3815, -3817, -3819, -3821, -3823, -3825, -3827, -3829, -3831, -3833, -3835, -3837, -3839, -3841, -3843, -3845, -3847, -3849, -3851, -3853, -3855, -3857, -3859, -3861, -3863, -3865, -3867, -3869, -3871, -3873, -3875, -3877, -3879, -3881, -3883, -3885, -3887, -3889, -3891, -3893, -3895, -3897, -3899, -3901, -3903, -3905, -3907, -3909, -3911, -3913, -3915, -3917, -3919, -3921, -3923, -3925, -3927, -3929, -3931, -3933, -3935, -3937, -3939, -3941, -3943, -3945, -3947, -3949, -3951, -3953, -3955, -3957, -3959, -3961, -3963, -3965, -3967, -3969, -3971, -3973, -3975, -3977, -3979, -3981, -3983, -3985, -3987, -3989, -3991, -3993, -3995, -3997, -3999, -4001, -4003, -4005, -4007, -4009, -4011, -4013, -4015, -4017, -4019, -4021, -4023, -4025, -4027, -4029, -4031, -4033, -4035, -4037, -4039, -4041, -4043, -4045, -4047, -4049, -4051, -4053, -4055, -4057, -4059, -4061, -4063, -4065, -4067, -4069, -4071, -4073, -4075, -4077, -4079, -4081, -4083, -4085, -4087, -4089, -4091, -4093, -4095, -4097, -4099, -4101, -4103, -4105, -4107, -4109, -4111, -4113, -4115, -4117, -4119, -4121, -4123, -4125

$$0 < \nu \text{ ح} ::$$

$$0 < \epsilon (1 - \nu) + p ::$$

$$0 < (\epsilon -) (1 - \nu) + 35$$

$$0 < \epsilon + \nu \epsilon - 35$$

$$\frac{39}{4} < \nu \Leftarrow \nu \epsilon > 39$$

$$10 = \nu$$

$$1 - = (\epsilon -) 9 + 35 = 1, \text{ ح}$$

(٦) أوجد رتبة أول حد سالب في المتتابعة الحسابية)

(٣٢ ، ٢٩ ، ٢٦ ،) ثم أوجد قيمته

(٧) أوجد رتبة أول حد موجب في المتتابعة الحسابية

(-٥١ ، -٤٨ ،) ثم أوجد قيمته

الحل: $\therefore (\text{ح}) = (-٥١ ، -٤٨ ،)$

$$0 < \nu \text{ ح} ، 3 = \epsilon ، 51 = p ::$$

$$0 < \epsilon (1 - \nu) + p ::$$

$$0 < (3) (1 - \nu) + 51 -$$

$$0 < \nu 3 + 3 - 51 -$$

$$19 = \nu \Leftarrow \frac{54}{3} < \nu$$

$$3 = 3 \times 18 + 51 - = 19 \text{ ح}$$

(٨) أوجد رتبة آخر حد موجب في المتتابعة

الحسابية (٢٨ ، ٢٥ ، ٢٢ ،)

الحل: $\therefore (\text{ح}) = (٢٨ ، ٢٥ ، ٢٢ ،)$

$$3 - = 28 - 25 = 3 ، 28 = p ::$$

$$0 < \nu \text{ ح} < 0 < \epsilon (1 - \nu) + p \Leftarrow$$

$$0 < (3 -) (1 - \nu) + 28$$

$$\frac{3}{4} > \nu \Leftarrow 0 < \nu 3 - 3 + 28 \Leftarrow$$

$$10 = \nu \Leftarrow$$

$$1 = (3 -) 9 + 28 = 1, \text{ ح}$$

(١٠) أوجد رتبة آخر حد سالب في المتتابعة

الحسابية (-٥١ ، -٤٨ ،) ثم أوجد

قيمه

(١٠) أوجد رتبة الحد الذي قيمته ٩٩ في المتتابعة

الحسابية (١ ، ٣ ، ٥ ،) {٥٠}

(١١) أوجد رتبة أول حد سالب في المتتابعة الحسابية

(٩٥ ، ٩٢ ، ٨٩ ،) ثم أوجد

قيمه {١- ، ٣٣}

(١٢) أوجد رتبة أول حد موجب في المتتابعة الحسابية

(-١٣٥ ، -١٣٣ ، -١٣١ ،)

ثم أوجد قيمته {١ ، ٦٩}

(١٣) أوجد رتبة أول حد أكبر من ٢٠٠ في المتتابعة

الحسابية (١٠ ، ٢١ ، ٣٢ ،)

(١٤) إذا كانت النسبة $\epsilon : \nu = 3 : 5$ في متتابعة

حسابية أثبت أن $\text{ح} : \text{ح} = 8 : 12$ ، $3 : 2 = \text{ح} : 2$

الحل: $\therefore \epsilon : \nu = 3 : 5$

$$9 = \nu \Leftarrow \frac{3}{5} = \frac{63 + p}{511 + p}$$

$$\therefore \text{ح} : \text{ح} = 8 : 12 ، 7 + p = 15 + 9$$

$$3 : 2 = 14 : 16 = 15 + 9 : 7 + 9 =$$

(١٥) متتابعة حسابية فيها $\text{ح} = \text{ك} ، \text{ح} = \text{م} ، \text{ح} = \text{ل}$

$\text{ط} = \text{س} ، \text{ح} = \text{ي}$

فإذا كانت $\text{ه} = \nu + \text{م} = \text{ط} +$

أثبت أن: $\text{ك} + \text{ي} = \text{ل} + \text{س}$

الحل: $\therefore \text{ه} + \nu = \text{م} + \text{ط} \Leftarrow \text{م} - \text{ه} = \text{ط} - \nu$

∴ (س، ص، ع) تكون متتابعة حسابية

(س+١، ص+١، ع+١) تكون متتابعة حسابية أخرى.

(١٤) ب ج عشكل رباعي قياسات زواياه في تتابع حسابي ، حا + حا = ١ فأوجد قياسات زوايا الشكل الرباعي.

الحل: نفرض أن قياسات الزوايا هي

$$س - پ ، س + پ ، س + پ ، س - پ$$

$$س - پ + س - پ + س + پ + س + پ = ٣٦٠$$

$$٢س - ٢پ = ٣٦٠ \Rightarrow س = ٩٠$$

$$\therefore \text{حا} = (س - پ) + \text{حا} = (س + پ) = ١$$

$$\therefore \text{حا} = (٣ - ٩٠) + \text{حا} = (س + ٩٠) = ١$$

$$\therefore \text{جتا}٣ + \text{جتا}٣ = ١ \Rightarrow ٢ \text{جتا}٣ = ١$$

$$\Rightarrow \text{جتا}٣ = \frac{١}{٢} \Rightarrow ٣ = س \Rightarrow س = ٩٠$$

∴ قياسات زوايا الشكل الرباعي هي

$$٩٠ ، ٩٠ ، ٩٠ ، ٩٠$$

الوسط الحسابي

أولاً: الوسط الحسابي بين عددين:

إذا پ ، ب عددين حقيقيين فإن الوسط الحسابي بينهما

$$س = \frac{پ + ب}{٢}$$

مثال : أوجد الوسط الحسابي بين ٨ ، ١٠

$$\text{الحل: الوسط الحسابي} = \frac{٨ + ١٠}{٢} = ٩$$

ثانياً: الوسط الحسابي لمجموعة من الأعداد الحقيقية:

قاعدة : الوسط الحسابي لمجموعة من الأعداد = (مجموع

هذه الأعداد) ÷ عددهم

مثال: أوجد الوسط الحسابي للأعداد ٤ ، ٥١ ، ٧ ، ١٨

$$\text{الحل: الوسط الحسابي} = \frac{٤ + ٥١ + ٧ + ١٨}{٤} = ٢٠$$

(١٠) أوجد المتتابعة الحسابية التي فيها: ح = ٥ ، ح = ٤٠

$$٤٠ = ح + ح$$

(١١) متتابعة حسابية منتهية فيها: ح = ٧ ، ح = ١١ من البداية = ٤٧ ، ح = ١١ من النهاية = ٣٩٥ أوجد رتبة حدها الأخير.

الحل : ∴ ح = ٧ ، ح = ١١ من البداية = ٤٧

$$\Rightarrow ١٠ + پ = ٤٧ \Rightarrow ١٠ + ٧ = ٤٧ \Rightarrow ٤٧ = ٤٧$$

$$\therefore \text{ح} = ١١ \text{ من النهاية} = ٣٩٥ \Rightarrow ٣٩٥ = ٤٧ - ١٠$$

$$\therefore ٣٩٥ = ٤٠ - ١٠ \Rightarrow ٣٩٥ = ٤٠ + ٣٩٥ = ٤٣٥$$

$$\therefore ٤٣٥ = ٤٠ + ٣٩٥ = ٤٣٥ \Rightarrow ٤٣٥ = ٤٠ + ٣٩٥ = ٤٣٥$$

$$\therefore ١٨ = \frac{٤٣٥}{٤} = ١٠٨.٧٥$$

(١٢) أوجد المتتابعة الحسابية التي فيها ح = ص ، ح = ص

ح = ص ، س + ص = ٨ ، س ≠ ص ثم أوجد رتبة

الحد قيمته = صفر.

الحل :

$$\therefore \frac{\text{ح} - \text{ص}}{\text{ص} - \text{ص}} = ١ \Rightarrow \frac{\text{ح} - \text{ص}}{٠} = ١$$

$$\therefore س + ص = ٨ ، ح = ص$$

$$\Rightarrow ص = ٨ - س \Rightarrow (١ - س) + (١ - س) = ٨$$

$$\Rightarrow ١ - س + ١ - س = ٨ \Rightarrow ٢ - ٢س = ٨$$

$$\Rightarrow ٢ - ٢س = ٨ \Rightarrow ٢ - ٢س = ٨ \Rightarrow ٢ - ٢س = ٨$$

$$\Rightarrow ٢ - ٢س = ٨ \Rightarrow ٢ - ٢س = ٨ \Rightarrow ٢ - ٢س = ٨$$

$$\therefore \text{ح} = ٠ \Rightarrow \text{صفر} = ٠ \Rightarrow (١ - س) + (١ - س) = ٠$$

$$\Rightarrow ٨ = س$$

(١٣) إذا كانت (س ، ص ، ع) متتابعة حسابية فاثبت أن :

(س+١، ص+١، ع+١) تكون متتابعة حسابية

أخرى

الحل : ∴ (س، ص، ع) تكون متتابعة حسابية

ثالثاً: الوسط الحسابي في المتتابعة الحسابية:

(٢) أي حد في المتتابعة الحسابية بعد الحد الأول هو وسط

حسابي بين الحدين السابق له والتالي له

مثل: $ح_٢$ وسطاً حسابياً بين $ح_١$ ، $ح_٣$

$$ح_٢ = \frac{ح_١ + ح_٣}{2}$$

=====

(ب) إذا كان عدد حدود المتتابعة (ن) محدداً فردياً فإن رتبة

الحد الأوسط = $\frac{ن+١}{2}$

مثل: رتبة الحد الأوسط في متتابعة حسابية عدد حدودها

$$١٣ \text{ حداً } = \frac{١+١٣}{2} = \frac{١٤}{2} = ٧$$

∴ $ح_٧$ هو الحد الأوسط

(ج) إذا كان عدد حدود المتتابعة (ن) محدداً زوجياً

فإنه يوجد حدان أوسطان رتبتهما $\frac{ن}{2}$ والتالي له {

مثل: رتبة الحدان الأوسطان في متتابعة عدد حدودها

$$٦ \text{ حداً هما } \left\{ \frac{٦}{2} = ٣ \right\} ، \left\{ \frac{٦}{2} + ١ = ٤ \right\} \text{ التالي له } ٩$$

∴ الحدان الأوسطان هما $ح_٣$ ، $ح_٤$

(د) جميع حدود المتتابعة بين ٢ ، $ل$ هي أوساطات

حسابية رمزها ١ ، ٢ ، ٣ ، ∴

الصورة العامة للمتتابعة الحسابية هي

$$(٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ، ل)$$

(هـ) هنا يكون عدد حدود المتتابعة = عدد الأوساط + ٢

$$(و) ∴ ١ = ح_٢ ، ٢ = ح_٣ ، ٣ = ح_٤ ، ٤ = ح_٥ ، ، ل = ح_١$$

=====

أمثلة وتدريبات

(١) أدخل أحد عشر وسطاً حسابياً بين ١١- ، ٢٥

$$\text{الحل : } ∴ ٢٥ = ح_١ ، ل = ١١$$

، عدد الأوساط = ١١ ∴ عدد الحدود = ١٣ حداً ∴

$$ل = ح_١ + ١٢ ∴ ١١ = ٢٥ + ١٢ ∴ ١٢ = -١١$$

$$∴ ٣ = ح_١ - ١١ ∴ ٢٥ = ح_١ - ٣ ∴ ٢٢ = ح_١ - ٣$$

∴ $(ح_١) = (٢٥ ، ٢٢ ، ١٩ ، ١٦ ، ١٣ ، ١٠ ، ٧ ، ٤$

$$، ١ ، -٢ ، -٥ ، -٨ ، -١١)$$

حل آخر: ∴ $٢٥ = ح_١$ ، $ل = ١١$

عدد الحدود = ١٣

$$\text{رتبة الحد الأوسط} = \frac{١٣+١}{2} = ٧$$

$$∴ ح_٧ = \frac{٢٥ - ١١}{٢} = ٧ ، ٢٥ + ١١ = ٣٦$$

$$∴ ٤ = ح_١ - ٣ = ٢٢ ، ١٩ = ح_١١ ، ∴$$

ملحوظة: في المتتابعة الحسابية كل حد هو وسط حسابي

بين الحدين السابق له والتالي له

(٢) أدخل ١٥ وسطاً حسابياً بين ١٩- ، ٤٥

=====

(٣) إذا كان $س$ ، $ص$ وسطين حسابيين بين ٢ ، $ب$

$$\text{أثبت أن : } ٢ - ب = ٣(س - ص)$$

الحل : ∴ $س$ ، $ص$ ، $ب$ في تتابع حسابي

$$∴ (٢ ، س ، ص ، ب) \text{ في تتابع حسابي}$$

$$٢ - ب = ٣(س - ص) \text{ من } ①$$

$$٢ - ب = ٣(س - ص) \text{ من } ②$$

$$\text{بطرح } ② \text{ من } ① \text{ : } ٢ - ب = ٣(س - ص) - ٣(س - ص) = ٠$$

$$٢ - ب = ٣(س - ص) - ٣(س - ص) = ٠$$

=====

(٤) هل يوجد حد قيمته ١٥١ في المتتابعة الحسابية

$$(١٣ ، ١٧ ، ٢١ ،)$$

$$\text{الحل : } ∴ ١٣ = ح_١ ، ١٧ = ح_٢ ، ٢١ = ح_٣ ، ∴$$

$$∴ ح_١ = ١٣ ، ح_٢ = ١٧ ، ح_٣ = ٢١ ، ∴$$

$$١٥١ = ح_١ + (١ - ١)٤$$

$$١٥١ = ١٣ + ٤(١ - ١) ∴ ١٤٧ = ٤(١ - ١) ∴ ١٤٧ = ٤(١ - ١)$$

∴ المتتابعة لا تحتوي على حد قيمته ١٥١

=====

(٥) عددان يزيد أحدهما عن ضعف الآخر بمقدار ٢

ووسطهما الحسابي = ٥ ، فما هما العددان؟

الحل: نفرض العددين هما س ، ص

$$\textcircled{1} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow 2 = \text{ص} - 2 = \text{س} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\textcircled{2} \leftarrow \leftarrow 29 = 14,5 \times 2 = \text{ص} + \text{س} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{2}$$

$$\textcircled{3} \leftarrow \leftarrow \leftarrow 58 = \text{ص} + 2\text{ص} = 3\text{ص} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{3}$$

$$\text{بجمع } \textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \leftarrow \leftarrow \leftarrow 3\text{س} = 60 = \text{ص} + 3\text{ص} = 4\text{ص} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{4}$$

$$\text{ص} = 15 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow 9 = \text{ص} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{5}$$

=====

(٦) إذا أدخلنا عدة أوساط حسابية بين ٢٠ ، ١٧٠

وكان مجموع الوسطين الخامس عشر ، العشرين = ٥ أمثال

الوسط الخامس فما عدد الأوساط

$$\text{الحل: } 20 = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow 170 = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{عدد الحدود} = \text{ل} + 2 = \text{ص} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \text{عدد الأوساط}$$

$$\text{ل} = 20 + (1 + \text{ص}) = 170 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \text{ص} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{2}$$

$$\text{ل} = 20 + (1 + \text{ص}) = 170 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \text{ص} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{3}$$

$$\text{ل} = 20 + (1 + \text{ص}) = 170 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \text{ص} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{4}$$

$$20 + 2\text{ص} = 35 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow 10 = \text{ص} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{5}$$

$$\text{بالتعويض في } \textcircled{1} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow 150 = 6 \times (1 + \text{ص}) \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{6}$$

$$\text{ص} = 24 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \text{عدد الأوساط} = 24 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{7}$$

=====

(٧) أوجد قياسات زوايا Δ ب ج الذي فيه \textcircled{P} وسطا

حسابيا بين \textcircled{B} ، \textcircled{C} ، \textcircled{A}

$$\text{و} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{B} = \textcircled{A} = 80^\circ$$

$$\text{الحل: } 2 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \textcircled{B} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{C} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{A}$$

$$\text{و} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \textcircled{B} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{C} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{A}$$

$$\text{و} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \textcircled{B} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{C} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{A}$$

$$\text{و} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \textcircled{B} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{C} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{A}$$

$$\text{و} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \textcircled{B} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{C} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{A}$$

$$\text{بجمع } \textcircled{1}, \textcircled{2} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow 2 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{3} = 200^\circ$$

$$\text{و} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{3} = 100^\circ \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{4} = 20^\circ$$

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{4} = 20^\circ \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{5} = 60^\circ \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{6} = 100^\circ$$

(٨) أوجد النسبة بين أطوال أضلاع Δ ب ج القمم الزاوية

في ب والذي فيه \textcircled{P} وسطا حسابيا بين \textcircled{B} ، \textcircled{C}

$$\text{الحل: } 2 \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \textcircled{B} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{C}$$

أولا بمعلومية الحد الأول المراد جمعه وليكن \textcircled{P}

بمعلومية الحد الأخير المراد جمعه وليكن \textcircled{L}

بمعلومية عدد الحدود وليكن \textcircled{N}

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

ثانيا : بمعلومية الحد الأول المراد جمعه وليكن \textcircled{P}

بمعلومية عدد الحدود وليكن \textcircled{N}

بمعلومية أساس المتتابة وليكن \textcircled{E}

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

ثالثا: بمعلومية الحد الأوسط

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

$$\text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{P} = \text{ل} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \textcircled{1}$$

حل آخر : \textcircled{P} وسطا حسابيا بين \textcircled{B} ، \textcircled{C}

أضلاع المثلث في تتابع حسابي

$$= \text{لوس} + (١ - \text{لوص})$$

∴ (لوس ص^{١-٧}) متتابعة حسابية فيها $P = \text{لوس}$ ،

$$\text{لوص} = \text{ع}$$

ثانياً: ∴ $S = ١٦٠$ ، $V = \frac{1}{2}$

$$\text{ج} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (٢ \text{لوس} + (١ - \text{لوص}))$$

$$\text{ج} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (\text{لوس ص}^{١-٧})$$

$$= \frac{1}{2} (\text{لو} \times ١٦٠ \times \frac{1}{2}) = ٩$$

=====

(٤) إذا كان (P، ب، ج، ع،) متتابعة حسابية حدودها

موجبة وأوجد مجموع الخمسة عشر حداً الأولى منها إذا

$$\text{علم أن } P + ٢ + ب + ج + ع = ٥٠، ب + ج = ١٥٠$$

الحل: ∴ (P، ب، ج، ع) متتابعة حسابية

$$، ∴ P + ٢ + ب + ج + ع = ٥٠، ∴ ب + ج = P + ٢$$

لأن الوسط الحسابي بين P، ع

هو الوسط الحسابي بين ب، ج

$$\text{ع} = ٢ + (ب + ج) = ٥٠ \leftarrow \text{ب} \leftarrow \text{ج} = ١٥٠$$

$$\text{ع} = ب = \frac{٥٠}{2} \leftarrow \text{ب} \leftarrow \text{ج} = ١٥٠ \text{ بالتعويض من } ② \text{ في } ①$$

$$\text{ع} = \frac{٥٠}{2} + (ج - ب) \text{ بالضرب } \times ٢$$

$$\text{ج} = ٢ - \frac{٥٠}{2} + ج = ١٥٠ \leftarrow \text{ج} = ١٥٠ \text{ (ج - ١٥) (ج - ١٥) = ٠}$$

$$\text{∴ ج} = ١٠، \text{أ}، \text{ج} = ١٥ \leftarrow \text{ب} = ١٥، \text{أ}، \text{ب} = ١٠$$

أولاً عندما $\text{ب} = ١٠$ ، $\text{ج} = ١٥$

فإن أساس المتتابعة $= ١٥ - ١٠ = ٥$

$$\text{∴ (ج)} = (٥، ١٠، ١٥، ٢٠، \dots)$$

∴ المتتابعة جميع حدودها موجبة، تزايدية

$$\text{∴ ج} = \frac{1}{2} (٥ \times ١٤ + ٥ \times ٢) = ٦٠٠$$

ثانياً: عندما $\text{ب} = ١٥$ ، $\text{ج} = ١٠$ فإن الأساس $= -٥$

∴ المتتابعة تناقصية ∴ ليست جميع حدودها موجبة

حل آخر: نفرض أن حدود المتتابعة هي:

$$P، P + ٢، P + ٤، P + ٦، P + ٨، \dots$$

ثم نكمل الحل

$$\text{∴ ج} = \text{ع} - \text{ع}، \text{ع} = \text{ب} - \text{ب}، \text{ب} = \text{ع} + \text{ع}$$

$$\text{∴ ع} = \text{ع} + (\text{ع} - \text{ع}) = \text{ع} + \text{ع}$$

$$\text{ع} = \text{ع} + \text{ع} - \text{ع} = \text{ع} + \text{ع} - \text{ع} + \text{ع} = \text{ع} + \text{ع}$$

$$\text{ع} = \text{ع} - \text{ع} = \text{ع} - \text{ع} = \text{ع} - \text{ع} = \text{ع} - \text{ع}$$

$$\text{∴ ج} = ٣، \text{ع} = ٥، \text{ب} = ٤، \text{ع} = ٤$$

$$\text{∴ ب} = ٢، \text{ج} = ٥، \text{ع} = ٣$$

=====

مجموع عدد محدود من حدود متتابعة حسابية

مجموع ن حداً من حدود متتابعة حسابية

أمثلة وتدريبات

أولاً: ايجاد المجموع

(١) أوجد مجموع العشرين حداً الأولى من المتتابعة

الحسابية التي حدها الأول = ٦٠، حدها العشرين = ١٠

$$\text{الحل: ∴ } P = ٦٠، L = ١٠، n = ٢٠$$

$$\text{∴ ج} = \frac{1}{2} n (P + L) = \frac{1}{2} \times ٢٠ (٦٠ + ١٠) = ٧٠٠$$

(٢) أوجد مجموع العشرين حداً الأولى من المتتابعة

الحسابية (١، ٣، ٥،)

$$\text{الحل: ∴ } P = ١، \text{ع} = ٣ - ١ = ٢، n = ٢٠$$

$$\text{∴ ج} = \frac{1}{2} n (P + \text{ع}) = \frac{1}{2} \times ٢٠ (١ + ٣)$$

$$= ١٠ (٢ \times ١٩ + ١ \times ٢) = ٤٠٠$$

(٣) أثبت أن (لوس ص^{١-٧}) متتابعة حسابية: س، ص ∃

ح⁺. وإذا كانت س = ١٦٠، ص = $\frac{1}{2}$ فأوجد مجموع

التسعة حدود الأولى من هذه المتتابعة

الحل: ∴ (ح) = (لوس ص^{١-٧})

ثالثاً: مجموع الخمسة الوسطى $5 \times 17 = 85$

تدريب : أوجد مجموع الأعداد المحصورة بين ١ ، ١٠١ ،

، تقبل القسمة على ٣ ،

فكرة الحل : إيجاد مجموع المتتابعة الحسابية:

$$(17, 3, 6, 9, \dots, 99)$$

تدريب ٢: متتابعة حسابية فيها $\frac{17-3}{17-1} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$ ، $17 = 3 + 14$ ،

٤٠٠

أوجد مجموع العشرة حدود الأولى من هذه المتتابعة

الحل: $\therefore \frac{17-3}{17-1} = \frac{14}{16} = \frac{7}{8}$ بوضع $17 = 3 + 14$ ، $1 = \frac{1}{8}$ ،

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$\therefore 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$290 = 17 \times 17$$

$$290 = 17 \times 17 \Rightarrow 17 = 17 \times 17 \Rightarrow 17 = 17 \times 17$$

$$290 = 17 \times 17 \Rightarrow 17 = 17 \times 17 \Rightarrow 17 = 17 \times 17$$

$$290 = 17 \times 17 \Rightarrow 17 = 17 \times 17 \Rightarrow 17 = 17 \times 17$$

أثبت أنه توجد عدة متتابعات تحقق هذا الشرط. أوجد

إحداها ، ومجموع العشرة حدود الأولى منها.

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

\therefore توجد عدة متتابعات تحقق هذا الشرط حسب قيمة m

الحقيقية. ثم نكمل الحل

ثانياً: لإيجاد إحداها نضع $m = 1$ مثلاً.

ثانياً: إيجاد قيمة m ، إذا علم المجموع

(٥) متتابعة حسابية فيها $17 = 3 + 14$ ، $17 = 3 + 14$ ،

مجموع الخمسة عشر حداً الأولى منها

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

(٦) بدأ موظف حياته العملية براتب سنوي ٥٤٠ حنيها

وأخذ يتقاضى علاوة سنوية ٣٦ حنيها ، بعد كم سنة يصبح

راتبه ٩٠٠ حنيها ، ثم أوجد مجموع المبالغ التي تقاضاها

خلال هذه الفترة

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

(٧) متتابعة حسابية تتكون من ٣٣ حداً ، مجموع

الأحد عشر حداً الأولى منها = ٢٦٤ مجموع الأحد عشر

حداً الأخيرة منها = ٣٣٠ . أوجد مجموع المتتابعة ،

مجموع الخمسة حدود الوسطى منها.

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

ثانياً: بالمثل \therefore ج١١ الأخيرة = ٣٣٠

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

$$17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8} \Rightarrow 17 = 3 + 14 \Rightarrow 1 = \frac{1}{8}$$

ودفع من ثمنها فوري ٦٨٠٠ جنيته، واتفق مع البائع على أن يقسط الباقي على صورة متابعة حسابية حدها النوني
 $٦٠ + ٧٤٠ =$ أوجد عدد الأقساط

=====

(٣) إذا كان مجموع ٧ حداً من متابعة حسابية يعطى
 بالقانون $ج = ٧٢$ أوجد المتتابعة وحدها السابع

الحل: قاعدة هامة: $ج - ج = ١ - ج$

$$ج - ج = ١ - ج$$

$$ج - ج = ١ - ج$$

$$ج - ج = ١ - ج$$

$$(ج) = (٢, ٦, ١٠, \dots)$$

$$ج = ٢٦ = ٢ - ٧ \times ٤$$

=====

(٤) متابعة حسابية فيها $ج = ٢$ ، إذا طرح ٦ من كل
 حد من حدودها أصبح حدها السابع ٣ أمثال حدها
 الرابع. أوجد المتتابعة. ثم أوجد مجموع العشرة حدود
 الأولى منها.

الحل: أولاً: $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$

$$(٦ - ٤٣ + ٢)٣ = ٦ - ٤٦ + ٢$$

$$١٢ = ٤٣ + ٢٢ \leq ١٨ - ٤٩ + ٢٣ = ٦ - ٤٦ + ٢$$

$$١٢ = (٤٣ + ٢) + ٢$$

بالتعويض من (١) في (٢) عن $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$ ، $ج = ٢$

$$١٢ = ٢ + ٢ \leq ١٢ = ٢ + ٢$$

$$٤ - = ٢، ٣ = ٢$$

إيجاد قيمة $ج$ بالتعويض في (٢)

$$٢ = ٤$$

$$(ج) = (٣, ٥, ٧, \dots)$$

$$ج = ١٢٠ = (١٨ + ٦) \times ١٠$$

$$٢ = ٤$$

$$(ج) = (٢, ٤, ٦, \dots)$$

(١) أوجد عدد الحدود اللازم أخذها بدايةً من الحد الأول
 من المتتابعة الحسابية (٩، ١٢، ١٥،). ليكون
 المجموع ٣٠٦

$$ج = ٩، ٣ = ٩، ٣ = ٩$$

$$ج = ٩، ٣ = ٩، ٣ = ٩$$

$$ج = ٩، ٣ = ٩، ٣ = ٩$$

$$١٥ + ٧٣ = ٦١٢ \leq (٣ - ٧٣ + ١٨)٧ = ٦١٢$$

$$٧٣ + ١٥ = ٦١٢$$

$$٧٣ + ١٥ = ٦١٢$$

$$١٢ = ٧$$

=====

(٢) شخص مدين بمبلغ ٣٦٠٠ جنيته قرضاً لها على
 أربعين قسطاً في صورة متابعة حسابية. وبعد أن دفع
 ٣٠ قسطاً مات وعليه ثلث الدين فكم كان مقدار القسط
 الأول.

$$ج = ٣٦٠٠$$

نفرض القسط الأول $ج$ ، عدد الأقساط كلها ٧

$$ج = ٤٠، ٤٠ = ٤٠$$

$$ج = ٤٠، ٤٠ = ٤٠$$

$$ج = ٤٠، ٤٠ = ٤٠$$

$$١٨٠ = ٤٣٩ + ٢٢$$

$$٢٤٠٠ = ٢٣٦٠٠ \times ٢$$

$$٣٠ = ٣٠$$

$$٢٤٠٠ = ٢٢٩ + ٢٢$$

$$١٦٠ = ٢٩ + ٢٢$$

$$٢ = ٤$$

$$٥١ = ٢$$

=====

تدريب: اشترى رجل شقة تمليك بمبلغ ١٦٤٠٠ جنيته

وفي نهاية السنة حسب له البنك ١١٧ جنيها فوائد. فكم المبلغ الذي كان يودعه الشخص.

الحل: نفرض المبلغ الذي يودعه الشخص = P

$$\therefore \text{يناير} = P \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times P = \text{فبراير} ,$$

$$\text{مارس} = P \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times P = \text{أبريل} ,$$

$$\text{مايو} = P \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times P = \text{يونيو} ,$$

$$\text{يوليو} = P \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times P = \text{أغسطس} ,$$

$$\text{سبتمبر} = P \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times P = \text{أكتوبر} ,$$

$$\text{نوفمبر} = P \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times P = \text{ديسمبر} ,$$

$$\therefore (ح) = P \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times P = (١٢, ١١, ١٠, ٩, \dots, ١)$$

$$\therefore \text{ج} = P \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times P = \left[\frac{1}{12} \times (١٢ \times ٢ + ١١ \times ١) \right]$$

$$١١٧ = P \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times P = ١٨٠ \text{ جنيها}$$

(٧) أوجد الحد النوني في المتتابعة الحسابية

$$(٢+١, ٥+١٤, ٨+٢٧, \dots)$$

وإذا كان $ج = ٣$ فما قيمة ٢ ،

وإذا كانت (ح) متتابعة حسابية أخرى فيها $ج = ٢$ +

$٢-١$ فأوجد رتبة أول حد موجب فيها ،

وكذلك أقل عدد من حدودها يمكن أخذه ليكون المجموع

< الصفر

الحل: أولاً: إيجاد الحد النوني

$$\therefore (ح) = (٢+١, ٥+١٤, ٨+٢٧, \dots)$$

$$\therefore ح = ٢ + ١ = ٣ ,$$

$$\therefore ح = ٢ + ١ = ٣ + ١ = ٤$$

$$٣ = (١+٢) - (١+١)$$

ثانياً: $\therefore ج = ٣$

$$\therefore ج = (٢ + ١) - (١ + ١)$$

$$\therefore ٣ = (٢ + ١) - (١ + ١)$$

$$\therefore ٣ = ٢ + ١ - ١ - ١$$

$$\therefore ٣ = ٢ + ١ - ١ - ١$$

$$ج = ٣ = (٢ - ١) + ١ = ٢ - ١ + ١ = ٢$$

=====

(٥) متتابعة حسابية فيها $ج = ١٣٢$ ، $ح = ٤٠$

أثبت أنه توجد متابتان. ثم أوجد مجموع العشرين حداً

الأولى من كل منهما. وكذلك أقل عدد من الحدود يمكن

أخذه ليكون المجموع موجباً

$$\text{الحل: } \therefore ج = ١٣٢ , \therefore ح = ١١$$

$$(ح) = (١١, ١٢, ١٣, \dots)$$

$$\therefore ١٣٢ = (١١ + ١٢) + ١٢ = ١٢ + ١٢ = ٢٤$$

$$\therefore ١٢ - ١٢ = ٠$$

$$\therefore ح = ٤٠ , (ح) = (٤٠, ٤١, ٤٢, \dots)$$

$$\text{بالتعويض من (١) في (٢) } \therefore ٤٠ = (٤٠ + ٤١) + ٤١ = ٨١$$

$$\therefore ٤٠ - ٨١ = -٤١$$

$$\therefore ١٣ = ٤ , ٢ = ٤$$

$$\therefore ٥٣ - ٢ = ٥١$$

ثانياً: عندما $١٣ = ٤$ ، $٥٣ = ٢$

$$\therefore ج = ١٠ = (١٣ \times ١٩ + ٥٣ - ٢) = ١٤١٠$$

ثالثاً: عندما $٢ = ٤$ ، $٢ = ٤$

$$\therefore ج = ١٠ = (٢ \times ١٩ + ٢ - ٢) = ٤٢٠$$

رابعاً: إيجاد أقل عدد من الحدود ليكون المجموع موجباً.

$$(٢) \text{ عندما } ١٣ = ٤ , ٥٣ = ٢$$

$\therefore ج < \text{الصفر}$

$$\therefore ج = (٢ + ١) - (١ + ١) = ١$$

$$\therefore ١٠ - ١٣ = -٣$$

$$\therefore ١٠ - ١٣ = -٣$$

(ب) عندما $٢ = ٤$ ، $٢ = ٤$ هنا المجموع موجباً دائماً

لجميع قيم ١٠ بدءاً من $١ = ١٠$

(٦) يودع شخص مبلغاً من المال بصفة منتظمة في بداية

كل شهر في بنك يعطي فائدة بسيطة ١٠% في السنة .

$$\begin{aligned} \Leftarrow \text{ل} = -\text{پ} - ٤ \text{ بالتعويض في ①} \\ ٩ = \text{ن} \Leftarrow (-\text{پ} - ٤ - \text{پ}) \div ٢ = ٣٦ - \\ \Leftarrow \text{عدد حدود المتتابعة} = ١٠ \end{aligned}$$

$$\therefore ٣٦ - \text{ن} = ٣٦ - ٩ = ٢٧ \Leftarrow (-٩ + ١ - ٤) \times (-٤) = ٢٧$$

حل آخر لهذه الجزئية:

$$\begin{aligned} \therefore ٣٦ - ٩ = (\text{الحد الأوسط}) \times ٩ = ٢٧ \\ \therefore ٣٦ - ٩ = (-٥ + ٤ - ٤) \times ٩ = ٢٧ \\ \text{أ، } ٣٦ - ٩ = [٤ - ٤ + (-٤)] \times ٩ = ٢٧ \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{ح}) = (١٦, ١٢, ٨, \dots)$$

التحقق من صحة الحل

$$\begin{aligned} \text{ل} = \text{ح} = ٩ + \text{پ} = ٩ + ١٦ = ٢٥ = -٤ - ٩ + ٢٠ \\ \text{ح} = ٩ + \text{پ} = ٩ + ١٦ = ٢٥ = -٤ - ٥ + ١٦ \\ \therefore \text{ح} - \text{ل} = ٢٠ - ٢٥ = -٥ \\ \text{حل آخر: } \therefore \text{ح} - \text{ل} = ١٦ - ٢٥ = -٩ \\ \therefore ١٦ - ٢٥ = ٩ + \text{پ} = ٩ + ١٦ = ٢٥ \\ \Leftarrow ١٦ - ٢٥ = ٩ + \text{پ} = ٩ + ١٦ = ٢٥ \\ \Leftarrow ٤ - ٥ = -١ \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٩(١٦ + ١)}{٢} = ٧٠ \frac{١}{٢}$$

$$\therefore \text{ح} = \text{پ} + (-٤ - \text{پ}) = ٧٠ \frac{١}{٢} + (-٤ - ٧٠ \frac{١}{٢}) = -٦٨$$

$$\therefore ٣٦ - \text{ن} = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٩(-٦٨ + ١)}{٢} = -٣٠١ \frac{١}{٢}$$

$$\therefore ٣٦ - \text{ن} = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٩(-٦٨ + ١)}{٢} = -٣٠١ \frac{١}{٢}$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٩(-٦٨ + ١)}{٢} = -٣٠١ \frac{١}{٢}$$

$$\Leftarrow ٠ = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٩(-٦٨ + ١)}{٢} \Leftarrow ٢٢ = ٧٤ - \text{ن} \Leftarrow ٢ \Leftarrow ٢٢$$

بالتعويض من ② في ①

$$\Leftarrow ٣٦ - \text{ن} = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٩(-٦٨ + ١)}{٢} = -٣٠١ \frac{١}{٢}$$

$$\Leftarrow ٣٦ - \text{ن} = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٩(-٦٨ + ١)}{٢} = -٣٠١ \frac{١}{٢} \Leftarrow ٩ = \text{ن}$$

\therefore عدد حدود المتتابعة = ١٠ حداً

$$\Leftarrow \text{پ} = ٢ - ٩ \times ٢ = ١٦$$

$$\therefore (\text{ح}) = (١٦, ١٢, ٨, \dots)$$

$$\Leftarrow ١٦ = ٥ + \text{پ} = ٥ + ١١ = ١٦, \text{ } ٣١ = \text{پ} + (-٣) = ٢٨, \text{ } ٢٠ = -٤ - ١٧ + \text{پ} = ٢٠, \text{ } \therefore (\text{ح}) = (٣١, ٢٨, ٢٥, ٢٢, ١٩, \dots)$$

ثانياً: إيجاد أكبر مجموع

$$\text{ح} < ٠ \Leftarrow ٣١ + \text{ن}(-١) < ٠ \Leftarrow ٣١ - \text{ن} < ٠$$

$$\therefore ٣١ - \text{ن} < ٠ \Leftarrow \text{ن} > ٣١$$

$$\therefore \text{ن} = ٣٢$$

$$\therefore \text{ج} = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٣٢(٣١ + ١)}{٢} = ١٠٨٨$$

$$(٩) \text{ إذا كانت } (\text{ح}) = (-١١٥, -١٠٩, -١٠٣, \dots)$$

أوجد رتبة أول حد موجب. ثم أوجد أصغر مجموع ممكن

قاعدة: أصغر مجموع ممكن = مجموع الحدود السالبة فقط

(١٠) إذا كان مجموع ح حداً من متتابعة يعطى بالقانون ج

$$\text{ن} = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} \text{ أثبت أنها متتابعة حسابية.}$$

ثم أوجد ح ، ج، الأولى منها

$$\text{الحل: } \therefore \text{ج} = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٣٢(٣١ + ١)}{٢} = ١٠٨٨$$

$$\text{ج} = ١ - \text{ن} = ١ - ٣٢ = -٣١$$

$$\text{ج} = ١ - \text{ن} = ١ - ٣٢ = -٣١$$

\therefore المتتابعة حسابية. ثم نكمل الحل

=====

(١١) أوجد المتتابعة الحسابية التي مجموع حدودها بداية

من حدها الثاني = ٣٦، مجموع حدودها ماعدا الحد

الأخير = ٠، الفرق بين حديها العاشر والسادس = ١٦

$$\text{الحل: } \therefore \text{ح} = \text{ل} - \text{پ} = ١٦ - ٢٠ = -٤$$

عدد حدود المتتابعة = ١٠

$$\therefore ٣٦ - \text{ن} = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٩(-٦٨ + ١)}{٢} = -٣٠١ \frac{١}{٢}$$

$$\text{ح} = \text{پ} + (-٤ - \text{پ}) = ٧٠ \frac{١}{٢} + (-٤ - ٧٠ \frac{١}{٢}) = -٦٨$$

$$\therefore ٣٦ - \text{ن} = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٩(-٦٨ + ١)}{٢} = -٣٠١ \frac{١}{٢}$$

\therefore الحد قبل الأخير = $\text{ل} - \text{پ} = ٢٠ - ٩ = ١١$

$$\therefore ٠ = \frac{\text{ن}(\text{ح} + ١)}{٢} = \frac{٩(-٦٨ + ١)}{٢} \Leftarrow ٢٢ = ٧٤ - \text{ن} \Leftarrow ٢ \Leftarrow ٢٢$$

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (<http://www.novapdf.com>)

(١٧) إذا كان مجموع n حداً من متتابعة ما يعطى بالعلاقة
 $a_n = n^2 + 3n$ فأثبت أنها متتابعة حسابية وأوجد a_1 وكذلك a_{10} .

(١٨) متتابعة حسابية حدودها أعداد طبيعية.

$200 < a_9 < 220$ أوجد المتتابعة إذا كان $a_7 = 12$

الحل: $a_7 = 12 = a_1 + 6r$ $a_9 = 200 < a_9 < 220$

$\therefore 200 < a_9 < 220$

$200 < a_9 < 220 \Rightarrow 200 < a_1 + 8r < 220$

$200 < a_1 + 8r < 220 \Rightarrow 200 < a_1 + 8r < 220$

$\frac{200}{8} < \frac{a_1 + 8r}{8} < \frac{220}{8} \Rightarrow 25 < \frac{a_1 + 8r}{8} < 27.5$

(ح) $(8, 12, 16, 20, \dots)$

التحقق من صحة الحل:

$a_9 = 216 = (4 \times 3 + 12) \times 9$

$220 > 216 > 200$

(١٩) متتابعة حسابية فيها $a_1 + a_8 = 59$ ، a_1 الأولى

منها $a_{24} = 24$ أوجد المتتابعة. وأوجد أصغر عدد من الحدود

يمكن أخذه ليكون المجموع سالب.

(٢٠) متتابعة حسابية فيها $a_3 = 5$ ، $a_7 = 19$

$a_{39} = 39$ أوجد المتتابعة وكم حداً يلزم أخذه من

حدود المتتابعة بدايةً من الحد الأول ليكون المجموع

$= 400$

(٢١) كم حداً يلزم أخذها من المتتابعة $(2n + 7)$ ابتداءً

منحدها الأول لتكون النسبة بين مجموع نصفها الأول

مجموع باقي الحدود $= 5 : 9$

[٢٠]

(٢٢) متتابعة حسابية مكونة من ٢٥ حداً وحدها الأوسط

$= 40$ والنسبة بين مجموع الحدود التي قبله : مجموع

الحدود التي بعده $= 41 : 119$ أوجد المتتابعة

الحل: $a_1 + a_{25} = 40$ $a_1 + a_{25} = 40$

$a_1 + a_{25} = 40$ $a_1 + a_{25} = 40$

$a_1 + a_{25} = 40$ $a_1 + a_{25} = 40$

$a_1 + a_{25} = 40$ $a_1 + a_{25} = 40$

$\frac{41}{119} = \frac{613 - 80}{513 + 80}$

$5033 + 3280 = 51047 - 9020$

$3 = 5$ $2800 = 6240$

بالنعويض في ① عن $a_1 = 3$ $a_1 = 3$

$\therefore (a_n) = (3, 7, 11, \dots)$

(٢٣) متتابعة حسابية فيها a_n a_n أثبت أن

$a_1 - a_{2n} = 1$

الحل: $a_n = a_1 + (n-1)r$ $a_n = a_1 + (n-1)r$

$\therefore a_n = a_1 + (n-1)r$ $a_n = a_1 + (n-1)r$

$a_n = a_1 + (n-1)r$ $a_n = a_1 + (n-1)r$

(٢٤) متتابعة حسابية مكونة من $2n$ حداً n = عدد زوجي

و أساسها ٤، ومجموع n حداً الأولى منها ٥٦٠، ومجموع

n حداً الوسطى منها ١٠٧٢

فماهي المتتابعة.

الحل: $a_1 = 4$ $a_1 = 4$

$a_1 = 4$ $a_1 = 4$

$a_1 = 4$ $a_1 = 4$

$a_1 = 4$ $a_1 = 4$

$a_1 = 4$ $a_1 = 4$

$$\frac{ك^٣ \nu^٣}{ك(\nu^٢ + \nu)} = \frac{\nu^ج}{\nu^ج} \therefore$$

أولاً: بالنسبة للمتتابعة الأولى:

$$\therefore ج^٣ \nu^٣ = ك^٣ \nu^٣ \Rightarrow ك = ج$$

$$\Rightarrow ك = ج = ٦ \nu^٣ - ك^٣$$

$$\therefore ٦ = ك ، ٣ = ك$$

$$\therefore ج = ١٥ = ك \leftarrow \leftarrow ①$$

ثانياً: بالنسبة للمتتابعة الثانية:

$$\therefore ج^٣ \nu^٣ = ك^٣ \nu^٣ + ك^٣ \nu^٣ \Rightarrow ك = ج$$

$$\therefore ٦ = ك ، ٣ = ك$$

$$\therefore ج = ١٥ = ك \leftarrow \leftarrow ②$$

$$\text{من ① ② ينتج أن } ج = ك = ١٥ \text{ أولاً}$$

$$\text{ثانياً: } ج = ٢٧ = ك ، ج = ٢١ = ك$$

$$\therefore ج : ه = ٩ : ٧ \text{ ثانياً}$$

(٢٧) طفل لديه ١٠٠ مكعب يريد بناء هرم مثلث منها

بحيث تحتوي قمة الهرم على مكعب واحد ، والصف

الثاني يحتوي على مكعبين ، الصف الذي يليه يحتوي على

ثلاث مكعبات وهكذا .. أوجد عدد صفوف الهرم المثلي

وكم مكعباً يبقى معه.

$$\text{الحل: } ١ = ١ ، ١ = ٤ ، ج = ١٠٠$$

$$\frac{\nu^٣}{١} < (١ \times (١ - \nu) + ١ \times ٢) < \frac{\nu^٣}{٢}$$

$$\frac{\nu^٣}{٢} < (١ + \nu) < ١٠٠ < (١ + \nu) \nu < ٢٠٠$$

$$\nu + \nu^٢ - ٢٠٠ > ٠ \Rightarrow \nu > ١٣,١٥٠٣٧١٧$$

$$\Rightarrow \nu = ١٣ \text{ صفاً}$$

$$\therefore ج = ١٣ = (١٣) = ١٣ \text{ مكعباً والباقي } ٩$$

(٢٨) متتابعة حسابية فيها ج = ١٠٠ - ١٢ أوجد مجموع

١٢ حداً الأولى منها. ومن ثم أو بأي طريقة أخرى أوجد:

$$\frac{\nu^٣}{٢} = ١٠٧٢ (ج + ج)$$

$$\frac{\nu^٣}{٢} = ١٠٧٢ [٢٢ + ٨ - ٤]$$

$$\frac{\nu^٣}{٢} = ١٧٢٠ [٢ - ٤ + ٢] \leftarrow ①$$

بقسمة ① على ②

$$\frac{\frac{\nu^٣}{٢} + ١}{\frac{\nu^٣}{٢} + ١} = \frac{٣٥}{١٧} \leftarrow$$

$$\frac{\nu^٣}{٢} + ١ = ١٣٤ - ١٣٤ + ١٣٥ = ٧٠ - ١٤٠ + ١٣٥$$

$$\frac{\nu^٣}{٢} + ١ = ١٣٤ - ١٣٤ + ١٣٥ = ٧٠ - ١٤٠ + ١٣٥ \leftarrow ③$$

بالنعويض من ③ في ①

$$\frac{\nu^٣}{٢} = ٥٦٠ [٢ - ٤ + ٢ + \frac{\nu^٣}{٢}]$$

$$\frac{\nu^٣}{٢} = ١٦ \times ٥٦٠ = ٨٩٦٠ \Rightarrow \nu = ٦ \text{ حداً}$$

$$\text{بالنعويض في ① } ٥ = ١$$

$$\therefore (ج) = (٥ ، ٩ ، ١٣ ، \dots)$$

(٢٥) متتابعة حسابية عدد حدودها ١٠ ، ج = ١٠

ج = ١٠ بحيث كان: ج = (١ + ١) أوجد المتتابعة

$$\text{الحل: } ج = \frac{\nu^٣}{٢} = (١ + ١) ، \therefore ج = (١ + ١) = ٢$$

$$\frac{\nu^٣}{٢} = (١ + ١) \Rightarrow ج = \frac{\nu^٣}{٢} = ٢ \Rightarrow ج = ١$$

$$\therefore ج = ١ ، ج = ١ \Rightarrow ج = ١ + ١ = ٢$$

$$\frac{\nu^٣}{٢} = ٢ \Rightarrow ج = ٢ \Rightarrow ج = ٢ + ٢ = ٤$$

$$\therefore (ج) = (١ ، ٢ ، ٤ ، \dots)$$

(٢٦) النسبة بين مجموعي ١٠ حداً من متابعتين حسابيتين

مختلفتين سابيتين مختلفتين بتداءً من الحد الأول من كل

منهما ٣٠ : (٢ + ١) فبرهن أن الحد الثالث من الأولى =

الحد السابع من الثانية ، أن ج = من الأولى : ج =

$$\text{الثانية } ٩ : ٧$$

الحل: في أي متتابعة حسابية

$$\frac{\nu^٣}{٢} = (١ - \nu) + ٢٢$$

ج = دالة من الدرجة الثانية في ١٠

$$\frac{\nu^٣}{٢} = \frac{\nu^٣}{٢} \text{ بالضرب } \times \nu \text{ لوسطاً ومقاماً}$$

(ج) رتبة وقيمة آخر حد موجب أو أكبر عدد من الحدود
ليكون المجموع موجباً بوضع $ح < ٠$
(د) قيمة أكبر مجموع ممكن [القيمة العظمى للمجموع
= مجموع الحدود الموجبة فقط] بوضع
 $ح < ٠$
(٣) قاعدة هامة :

$$ج_{١-١} - ج_{١-٢} = ج_{١-١} \quad (١)$$

$$ج_{١-١} = ج_{١-٢} - ج_{١-٣} = ج_{١-٢} - ج_{١-٣} \quad (ب) \quad \text{مثلا}$$

مسائل من الإمتحانات السابقة

(١) [٢٠١٠ دور أول] متتابعة حسابية فيها مجموع
الحدود الثلاثة الأولى = ٦٩ ، ٣ ح ، - ح = ٣٤ أوجد
المتتابة ، ثم أوجد عدد الحدود ليكون المجموع أكبر
ما يمكن .

(٢) إذا أدخلنا عدة أوساط بين ٢٠ ، ١٧٠ ، وكان مجموع
الوسطين الخامس عشر والعشرين = ٥ أمثال الوسط
الخامس . فما عدد الأوساط التي أدخلت .

(٣) [٢٠٠٩ دور أول] متتابعة حسابية فيها $ج_١ + ج_٢ = ١٤$ ، $ج_٣ = ٢١$. أوجد
المتتابة ثم أوجد مجموع العشرين حداً الأولى منها .

(٤) [٢٠٠٨ دور ثاني] متتابعة حسابية فيها إذا كان
مجموع لحداً الأولى منها = $ج_١$ ، وكان $ج_٢ - ج_٣ = ٦٩$
فأوجد $ج_٨$ ، $ج_{١٠}$

الحل : أولاً : $ج_٢ - ج_٣ = ٦٩$

$$ج_٨ + ج_٩ + ج_{١٠} = ٦٩ \quad \Leftarrow \quad ج_٨ = \frac{٦٩}{٣}$$

$$٢٣ =$$

(٢) كم حداً يلزم أخذه منها بدايةً من ح ، ليكون المجموع
= ١٩٤

$$(ب) ج_١ + ج_٢ + ج_٣ + + ج_٢٠$$

$$(ج) ج_١ + ج_٢ + ج_٣ + ج_٤ + ج_٥ + ج_٦ + ج_٧ + ج_٨ + ج_٩$$

$$ج_{١٠} + ج_{١١} + + ج_{٢٠}$$

$$(د) ج_١ + ج_٢ + ج_٣ + ج_٤ + ج_٥ + + ج_{٩٩}$$

(٢٩) متابعتان حسابيتان ($ج_١$) ، ($ج_٢$) وكانت النسبة

بين مجموعي ١٠ حداً من كل منهما تعطى بالعلاقة :

$$\frac{ج_{١٠} + ج_{٢٠}}{ج_{١١} + ج_{٢١}} = ٢ : ١$$

ملاحظات هامة على المتتابعة الحسابية

(١) في أي متتابعة حسابية فيها ٢ سالبة ، ٤

موجبة (المتتابعة تزايدية) نستطيع أن نوجد :

(٢) رتبة وقيمة أول حد موجب بوضع $ح < ٠$

(ب) أقل عدد من الحدود ليكون المجموع موجباً

بوضع $ج_١ < ٠$

(ج) رتبة وقيمة آخر حد سالب أو أكبر عدد من الحدود

ليكون المجموع سالباً بوضع $ح > ٠$

(د) قيمة أصغر مجموع ممكن [القيمة الصغرى للمجموع

= مجموع الحدود السالبة فقط] بوضع

$ح > ٠$

(٢) في أي متتابعة حسابية فيها ٢ موجبة ، ٤ سالبة

(المتتابعة تناقصية) نستطيع أن نوجد :

(٢) رتبة وقيمة أول حد سالب بوضع $ح > ٠$

(ب) أقل عدد من الحدود ليكون المجموع سالب .

بوضع $ج_١ > ٠$

ثانيا : $\because ج = 10 = 10 \times 1 = 10 \times 1 = 10$

(٥) متابعة حسابية فيها $ح_١ - ح_٢ = ٢٥$
 $ح_٧ + ح_٩ = ٩٥$ ، أوجد المتتابعة. ثم أوجد رتبتي وقيمته
 أول حد سالب فيها.

فكرة الحل:

$$0 - = \frac{r_0}{0} = \frac{12 - 12}{0} = 0 \quad \therefore$$

..... 7-1

(٦) كم حداً يلزم أخذها من المتتابعة
(ح) $(٢٤ + ٢)$ حتى يكون مجموع الثلث الأخير
منها = أربعة أمثال مجموع الثلث الأول.

(١٢) أوجد مجموع الأعداد الصحيحة بين ٣، ١٠٠ والتي كل منها تقبل القسمة على ٣.

$$\begin{aligned} (x-14+12) x &= (x+14-x+12x) \Leftarrow \\ 6 &= 14 \Leftarrow 14+14=28+10 \Leftarrow \\ \therefore \text{عدد الحدود} &= 18 \text{ حدا} \end{aligned}$$

(١٣) أوجد عدد الحدود التي يجب أخذها من المتتابعة الحسابية (٢، ٦، ١٠،) ليكون المجموع = ٢٤٢.

(٧) [٢٠٧ دور ثاني] متابعة حسابية فيها ح_٣ - ح_١ = ٤ ، مجموع الأربع حدود الأولى منها = صفر. أوجد

(١٥) متابعة حسائية فيها $ح = ٣$ ، $ح = ١٣$. أوجد المتابعة ثم أوجد ج. الأولى منها .

الحل: $\because 2 = 4 \leftarrow 2 = 1, 2 - 3, 2 \therefore$

الحل : $\because 3 = 0.2$ ، $13 = 1.2$

ثانياً : ∴ ج = ٣٢ =

$$w_2 = ((1 - \alpha) \tau + \alpha - 1) \frac{\alpha}{\tau}$$

ثم نكمل الحل

بالتعويض في ① $\Leftarrow 2 = 4$

$\Leftarrow (ج_٥) = (٤, ٧, ١٠, ١٣, \dots)$

(١٩) متتابعة حسابية حدودها موجبة ، ومجموع

الحدود الثلاثة الأولى منها = ٢٤ ، وحاصل ضربهم = ٤٤٠
أوجد المتتابعة

(٢٠) متتابعة حسابية ، $ج_٤ = ٣٤$ ، $ج_٥ + ج_٦ = ٨٨$ أوجد
المتتابعة ثم أوجد رتبة أول حد قيمته أكبر من ١٠٥ . فيها .

(٢١) أوجد عدد الحدود التي يجب أخذها من المتتابعة
الحسابية (١، ٣، ٥، ...) بدايةً من الحد الأول ليكون
المجموع ٤٠٠

(٢٢) [دور ثاني ١٩٩٥] متتابعة حسابية مكونة من ١٥
حداً . فإذا كان الوسط الحسابي للحددين السابع والتاسع
= ٢٣ ، مجموع الأربعة حدود الأخيرة = ١٥٨٥ أوجد
المتتابعة .

المتتابعة الهندسية

تعريف المتتابعة الهندسية: هي متتابعة حقيقية فيها خارج
قسمة أي حد على سابقه = مقدار ثابت (أساس المتتابعة ،
ورمزه r)

$$r = ج_٥ / ج_٤$$

الصورة العامة للمتتابعة الهندسية:

$(ج_٥) = (٢, ٢٢, ٢٢٢, \dots, ٢^٣, \dots, ل)$

(١٦) متتابعة حسابية فيها $٢٩ = ج_٢$ ، $٥ = ج_٥$ أوجد
المتتابعة ثم أوجد عدد الحدود التي يجب أخذها بدءاً من
حدها الأول ليكون المجموع أكبر ما يمكن .

(١٧) متتابعة حسابية متناقصة فيها $ج_٥ + ج_٦ = ٦٤$ ،
حاصل ضربهما = ١٠٠٨ أوجد المتتابعة ثم أوجد
أكبر عدد من الحدود ليظل المجموع موجباً
الحل: $\therefore ج_٥ + ج_٦ = ٦٤ \therefore ج_٦ = ٦٤ - ج_٥$

$\Leftarrow ٢ = ٣٢ - ٥٥ \Leftarrow ١$
 $\therefore ج_٥ \times ج_٦ = ١٠٠٨ \Leftarrow (٤٤ + ٢)(٤٤ + ٢) = ١٠٠٨$

بالتعويض من ① $\Leftarrow (٤ - ٣٢)(٤ + ٣٢) = ١٠٠٨$
 $\Leftarrow ١٦ = ٤ \pm ٤ \Leftarrow ٤ = ٤$
لأن المتتابعة تناقصية .

بالتعويض في ① $\Leftarrow ٢ = ٥٢$

$\therefore (ج_٥) = (٥٢, ٤٨, ٤٤, \dots)$

ثانياً $\therefore ج_٥ < ٠ \Leftarrow ٤ - ١٠٤ < ٠ \Leftarrow (١ - ٧) < ٠$

$\Leftarrow ٢٧ - ٧ < ٠ \Leftarrow ٢٦ = ٧$

التحقق من صحة الحل

$$ج_٧ = ١٣ = (٢٦ \times ٤ - ١٠٤) = ٠$$

(١٨) متتابعة حسابية تتكون ٢١ حداً . مجموع السبعة
حدود الأولى منها = ٩١ ، ومجموع السبعة حدود الأخيرة
منها = ٣٨٥ . أوجد المتتابعة .

الحل: $\therefore ج_٥ الأولى = ٩١$ ، $\therefore ج_٥ الأخيرة = ٣٨٥$

$ج_٥ الأولى + ج_٥ الأخيرة = ٢$ ج_٥ الوسطي

$$\therefore ٩١ + ٣٨٥ = (٧ \times ج_٥)$$

$\Leftarrow ٣٤ = ١٠ + ٢ \Leftarrow ٣٤ = ١٠ - ٣٤ \Leftarrow ١$

$\therefore ج_٥ الأولى = ٩١ \Leftarrow ٩١ = (٣ + ٢) \times ٧$

$$\Leftarrow ١٣ = ٣ - ٣٤ \Leftarrow ٣ = ٣$$

(هـ) $\therefore (ح) = (٤ \times (\frac{1}{٥})^٧)$ دالة أسية من الدرجة ٧

\Leftarrow هي متتابعة هندسية أساسها $\frac{1}{٥}$

(و) $\therefore (ح) = (٢ \times ٥^٧ + ٣ \times ٧)$ ليست متتابعة

هندسية لأن $\frac{ح}{١-ح} \neq$ مقدار ثابت

قانون الحد العام للمتتابعة الهندسية

$\therefore (ح) = (١, ٢, ٣, ٤, \dots, ٢٠, ٢١, ٢٢, \dots, ٢٧, ٢٨, ٢٩, ٣٠)$

$\therefore (ح) = (١, ٢, ٣, ٤, \dots, ٢٧, ٢٨, ٢٩, ٣٠)$

نلاحظ أن: $١ = ح, ٢ = ح, ٣ = ح, ٤ = ح, \dots, ٢٧ = ح, ٢٨ = ح, ٢٩ = ح, ٣٠ = ح$

\therefore قوة ٢ تنقص ١ عن رتبة الحد مثل $٢٧ = ح$

$\therefore ١, ح = ٢, ح = ٣, ح = ٤, \dots, ٢٧ = ح, ٢٨ = ح, ٢٩ = ح, ٣٠ = ح$

قانون الحد العام: $٢ = ح$

أمثلة وتدريبات على الحد العام

(١) متتابعة هندسية فيها $٢ = ح, ٤ = ح, ٦ = ح, ٨ = ح, ١٠ = ح, ١٢ = ح, ١٤ = ح, ١٦ = ح, ١٨ = ح, ٢٠ = ح, ٢٢ = ح, ٢٤ = ح, ٢٦ = ح, ٢٨ = ح, ٣٠ = ح$ أوجد المتتابعة.

الحل: $\therefore ٢ = ح, ٤ = ح, ٦ = ح, ٨ = ح, ١٠ = ح, ١٢ = ح, ١٤ = ح, ١٦ = ح, ١٨ = ح, ٢٠ = ح, ٢٢ = ح, ٢٤ = ح, ٢٦ = ح, ٢٨ = ح, ٣٠ = ح$

$٢ = ح, ٤ = ح, ٦ = ح, ٨ = ح, ١٠ = ح, ١٢ = ح, ١٤ = ح, ١٦ = ح, ١٨ = ح, ٢٠ = ح, ٢٢ = ح, ٢٤ = ح, ٢٦ = ح, ٢٨ = ح, ٣٠ = ح$

$\Leftarrow (ح) = (٢, ٤, ٦, ٨, ١٠, ١٢, ١٤, ١٦, ١٨, ٢٠, ٢٢, ٢٤, ٢٦, ٢٨, ٣٠)$

(٢) مجموع الحدين الأول والثاني من متتابعة هندسية ٣، مجموع الحدين الأول والرابع ٦٣ أوجد المتتابعة.

$\therefore ٣ = ح, ٦ = ح, ٩ = ح, ١٢ = ح, ١٥ = ح, ١٨ = ح, ٢١ = ح, ٢٤ = ح, ٢٧ = ح, ٣٠ = ح, ٣٣ = ح, ٣٦ = ح, ٣٩ = ح, ٤٢ = ح, ٤٥ = ح, ٤٨ = ح, ٥١ = ح, ٥٤ = ح, ٥٧ = ح, ٦٠ = ح, ٦٣ = ح, ٦٦ = ح, ٦٩ = ح, ٧٢ = ح, ٧٥ = ح, ٧٨ = ح, ٨١ = ح, ٨٤ = ح, ٨٧ = ح, ٩٠ = ح, ٩٣ = ح, ٩٦ = ح, ٩٩ = ح, ١٠٢ = ح, ١٠٥ = ح, ١٠٨ = ح, ١١١ = ح, ١١٤ = ح, ١١٧ = ح, ١٢٠ = ح, ١٢٣ = ح, ١٢٦ = ح, ١٢٩ = ح, ١٣٢ = ح, ١٣٥ = ح, ١٣٨ = ح, ١٤١ = ح, ١٤٤ = ح, ١٤٧ = ح, ١٥٠ = ح, ١٥٣ = ح, ١٥٦ = ح, ١٥٩ = ح, ١٦٢ = ح, ١٦٥ = ح, ١٦٨ = ح, ١٧١ = ح, ١٧٤ = ح, ١٧٧ = ح, ١٨٠ = ح, ١٨٣ = ح, ١٨٦ = ح, ١٨٩ = ح, ١٩٢ = ح, ١٩٥ = ح, ١٩٨ = ح, ٢٠١ = ح, ٢٠٤ = ح, ٢٠٧ = ح, ٢١٠ = ح, ٢١٣ = ح, ٢١٦ = ح, ٢١٩ = ح, ٢٢٢ = ح, ٢٢٥ = ح, ٢٢٨ = ح, ٢٣١ = ح, ٢٣٤ = ح, ٢٣٧ = ح, ٢٤٠ = ح, ٢٤٣ = ح, ٢٤٦ = ح, ٢٤٩ = ح, ٢٥٢ = ح, ٢٥٥ = ح, ٢٥٨ = ح, ٢٦١ = ح, ٢٦٤ = ح, ٢٦٧ = ح, ٢٧٠ = ح, ٢٧٣ = ح, ٢٧٦ = ح, ٢٧٩ = ح, ٢٨٢ = ح, ٢٨٥ = ح, ٢٨٨ = ح, ٢٩١ = ح, ٢٩٤ = ح, ٢٩٧ = ح, ٣٠٠ = ح$

$\therefore ٣ = ح, ٦ = ح, ٩ = ح, ١٢ = ح, ١٥ = ح, ١٨ = ح, ٢١ = ح, ٢٤ = ح, ٢٧ = ح, ٣٠ = ح, ٣٣ = ح, ٣٦ = ح, ٣٩ = ح, ٤٢ = ح, ٤٥ = ح, ٤٨ = ح, ٥١ = ح, ٥٤ = ح, ٥٧ = ح, ٦٠ = ح, ٦٣ = ح, ٦٦ = ح, ٦٩ = ح, ٧٢ = ح, ٧٥ = ح, ٧٨ = ح, ٨١ = ح, ٨٤ = ح, ٨٧ = ح, ٩٠ = ح, ٩٣ = ح, ٩٦ = ح, ٩٩ = ح, ١٠٢ = ح, ١٠٥ = ح, ١٠٨ = ح, ١١١ = ح, ١١٤ = ح, ١١٧ = ح, ١٢٠ = ح, ١٢٣ = ح, ١٢٦ = ح, ١٢٩ = ح, ١٣٢ = ح, ١٣٥ = ح, ١٣٨ = ح, ١٤١ = ح, ١٤٤ = ح, ١٤٧ = ح, ١٥٠ = ح, ١٥٣ = ح, ١٥٦ = ح, ١٥٩ = ح, ١٦٢ = ح, ١٦٥ = ح, ١٦٨ = ح, ١٧١ = ح, ١٧٤ = ح, ١٧٧ = ح, ١٨٠ = ح, ١٨٣ = ح, ١٨٦ = ح, ١٨٩ = ح, ١٩٢ = ح, ١٩٥ = ح, ١٩٨ = ح, ٢٠١ = ح, ٢٠٤ = ح, ٢٠٧ = ح, ٢١٠ = ح, ٢١٣ = ح, ٢١٦ = ح, ٢١٩ = ح, ٢٢٢ = ح, ٢٢٥ = ح, ٢٢٨ = ح, ٢٣١ = ح, ٢٣٤ = ح, ٢٣٧ = ح, ٢٤٠ = ح, ٢٤٣ = ح, ٢٤٦ = ح, ٢٤٩ = ح, ٢٥٢ = ح, ٢٥٥ = ح, ٢٥٨ = ح, ٢٦١ = ح, ٢٦٤ = ح, ٢٦٧ = ح, ٢٧٠ = ح, ٢٧٣ = ح, ٢٧٦ = ح, ٢٧٩ = ح, ٢٨٢ = ح, ٢٨٥ = ح, ٢٨٨ = ح, ٢٩١ = ح, ٢٩٤ = ح, ٢٩٧ = ح, ٣٠٠ = ح$

مثل: $(٢, ٤, ٦, ٨, ١٠, ١٢, ١٤, ١٦, ١٨, ٢٠, ٢٢, ٢٤, ٢٦, ٢٨, ٣٠, \dots)$

هي متتابعة هندسية أساسها $٢ = ح, ٤ = ح, ٦ = ح, ٨ = ح, ١٠ = ح, ١٢ = ح, ١٤ = ح, ١٦ = ح, ١٨ = ح, ٢٠ = ح, ٢٢ = ح, ٢٤ = ح, ٢٦ = ح, ٢٨ = ح, ٣٠ = ح$

وكذلك $(ح) = (٢, ٤, ٦, ٨, ١٠, ١٢, ١٤, ١٦, ١٨, ٢٠, ٢٢, ٢٤, ٢٦, ٢٨, ٣٠, \dots)$

متتابعة هندسية أساسها $٢ = ح, ٤ = ح, ٦ = ح, ٨ = ح, ١٠ = ح, ١٢ = ح, ١٤ = ح, ١٦ = ح, ١٨ = ح, ٢٠ = ح, ٢٢ = ح, ٢٤ = ح, ٢٦ = ح, ٢٨ = ح, ٣٠ = ح$

تعريف (٢): كل دالة أسية من الدرجة ٧

$\therefore ٢ = ح, ٤ = ح, ٦ = ح, ٨ = ح, ١٠ = ح, ١٢ = ح, ١٤ = ح, ١٦ = ح, ١٨ = ح, ٢٠ = ح, ٢٢ = ح, ٢٤ = ح, ٢٦ = ح, ٢٨ = ح, ٣٠ = ح$

هندسية أساسها هو أساس المتتابعة مثل:

$(ح) = (٢ \times ٥^٧)$ هي متتابعة هندسية أساسها $٥ = ح$

مثال (١) بين أي المتتابعات الآتية هندسية وأيها غير

ذلك: $(٢) = (ح) = (٢ \times ٥^٧)$

(ب) $(ح) = (٢ \times ٥^٧)$ (ج) $(ح) = (٢ \times ٥^٧)$

(د) $(ح) = (٢ \times ٥^٧)$ (هـ) $(ح) = (٢ \times ٥^٧)$

(و) $(ح) = (٢ \times ٥^٧)$

(٢) $\therefore (ح) = (٢ \times ٥^٧)$ دالة أسية من الدرجة ٧

هي متتابعة هندسية أساسها $٣ = ح$

الإثبات: $\frac{٣}{١-٣} = \frac{٣ \times ٥}{١-٣ \times ٥}$

(ب) $\therefore (ح) = (٢ \times ٥^٧)$ ليست متتابعة هندسية أو

حسابية.

الإثبات:

$\frac{٣ \times ٥}{١-٣ \times ٥} = \frac{٣}{١-٣}$ مقدار ثابت

(ج) $\therefore (ح) = (٢ \times ٥^٧)$ ليست متتابعة هندسية أو

حسابية.

(د) $\therefore (ح) = (٢ \times ٥^٧)$ ليست متتابعة هندسية أو

حسابية.

=====

=====

=====

=====حل ج ۳=====

$$\frac{5}{16} = 31, \quad \frac{5}{8} = 62, \quad \frac{5}{4} = 125, \quad \frac{5}{2} = 250$$



الحل

∴ $\beta_j < \beta_{j+1}$ $\forall j \in \mathbb{N}$

=====

الحل

نلاحظ أن الوسط الحسابي أكبر من الوسط الهندسي

Year	Percentage of Respondents (%)
1990	45
1991	48
1992	52
1993	55
1994	58
1995	62
1996	65
1997	68
1998	72
1999	75
2000	78
2001	82
2002	85
2003	88
2004	92
2005	95
2006	98
2007	100
2008	95
2009	92
2010	88

∴ العددان ٤ ، ١٦

Create PDF files without this message by purchasing novaPDF printer (<http://www.novapdf.com>)

أولاً: ∴ الوسط الهندسي بين ٢٢ ، ٤ ج' هو ٣ ب'

، ∴ الوسط الهندسي بين ٢٢ ، ٤ ج' ،

هو $\sqrt{22 \times 4} = 2\sqrt{11}$ ج' $\Rightarrow 2\sqrt{11} < 3\sqrt{3}$ ج' ٢

ثانياً: بالمثل ٤ ج' وسطاً حسابياً بين ٣ ب' ، ٦ ع'

، الوسط الهندسي بينهما

$$= \sqrt{3 \times 6} = 3\sqrt{2} \text{ ب'}$$

∴ $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} < 3\sqrt{3} + 2\sqrt{11}$ (ب' + ع')

∴ $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} < 2\sqrt{11} + 3\sqrt{3}$ (ب' + ج')

(١٦) إذا كانت ٢ ، ب ، ج ، ع أربع كميات موجبة في تتابع

هندسي فأثبت أن: $\frac{1}{4} > (ج + ب) > (ب + ع)$

فكرة الحل : استخدام العلاقة بين الوسطين الحسابي والهندسي.

مجموع عدد محدود من حدود متتابعة

هندسية

أولاً: بمعلومية ٢ ، ٧ ، ٣ ج' $= \frac{٢(١ - ٧^٣)}{١ - ٧}$

ثانياً: بمعلومية ٢ ، ٣ ج' $= \frac{٢(١ - ٣^٣)}{١ - ٣}$

أمثلة وتدريبات

(١) أوجد مجموع الثمانية حدود الأولى من المتتابعة

الهندسية (٣ ، ٦ ، ١٢ ،)

(٢) أوجد مجموع الثمانية حدود الأولى من المتتابعة

الهندسية (٢ ، -٦ ، ١٨ ،)

(٣) أوجد مجموع التسعة حدود الأولى من المتتابعة

الهندسية (١ ، - $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{4}$ ،)

(٤) أوجد مجموع الستة حدود الأولى من المتتابعة الهندسية

($\sqrt{3}$ ، $\sqrt{6}$ ، $2\sqrt{3}$ ،)

$$\therefore 36 = p \times b \text{ --- (1) ، } \frac{1}{p} + \frac{1}{b} = \frac{9}{18} \times 2 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{p+b}{p \times b} = \frac{9}{18} \Rightarrow \frac{p+b}{36} = \frac{9}{18} \Rightarrow p+b = 12 \text{ --- (2)}$$

$$p - 20 = b \text{ --- (3) بالتعويض من (1) في (2)}$$

$$\Rightarrow 36 = p \times b = (b - 20) \times b \Rightarrow b^2 - 20b - 36 = 0$$

$$\therefore (b-2)(b-18) = 0 \Rightarrow b=2 \text{ أو } b=18$$

$$\therefore p = 18 \text{ ، } b = 2$$

∴ المتتابعة التزايدية هي (٢ ، ٦ ، ١٨ ،)

$$\therefore \text{ج' } p = 2 \text{ ر } ٧ = 1 - 2 = -1 \text{ (3) } \frac{2}{-1} = -2$$

(١٤) إذا كانت ٢ ، ب ، ج تكون متتابعة هندسية وكان ع ،

ه هما الوسطان الحسابي والوسط الهندسي بين ٢ ، ب

على الترتيب ، كان و ، ي هما الوسطان الحسابي

والهندسي بين ب ، ج أثبت أن : ع : ه = و : ي

===== الحل =====

$$\therefore b = \sqrt{p \times 2} \text{ --- (1)}$$

$$\therefore ع = \frac{1}{2}(p+b) \text{ --- (2) ، ه } = \sqrt{p \times 2} \text{ --- (3)}$$

$$\therefore و = \frac{1}{2}(b+y) \text{ --- (4) ، ي } = \sqrt{b \times 2} \text{ --- (5)}$$

$$\Rightarrow ع \times ي = \frac{1}{2}(p+b) \times \sqrt{b \times 2}$$

$$= \frac{1}{2}(\sqrt{p \times 2} + \sqrt{2 \times b}) \times \sqrt{b \times 2}$$

$$= \frac{1}{2}(\sqrt{p \times 2} + \sqrt{2 \times b}) \times \sqrt{b \times 2} \text{ --- (6)}$$

$$\therefore و \times ه = \frac{1}{2}(b+y) \times \sqrt{p \times 2}$$

$$= \frac{1}{2}(\sqrt{p \times 2} + \sqrt{2 \times b}) \times \sqrt{p \times 2}$$

$$= \frac{1}{2}(\sqrt{p \times 2} + \sqrt{2 \times b}) \times \sqrt{p \times 2} \text{ --- (7)}$$

من (٦) ، (٧) ∴ ع : ه = و : ي

(١٥) إذا كان ٢٢ ، ٣ ب' ، ٤ ج' ، ٦ ع' أربع كميات

في تتابع حسابي فأثبت أن :

$$2\sqrt{22} < 3\sqrt{3} \text{ (أولاً)}$$

$$\text{(ثانياً) } 3\sqrt{3} + 4\sqrt{2} < 2\sqrt{22} \text{ (ج' + ع')}$$

===== الحل =====

===== حل جزء ٢ =====

$$\therefore (ح_٢) = (٢، -٦، ١٨،)$$

$$\Leftarrow ٢ = ٢ = ٣، ٨ = ٨$$

$$ج_٢ = \frac{(١ - \frac{٢}{٣})^٢}{١ - \frac{٢}{٣}} = ٨ \Leftarrow ج_٢ = \frac{(١ - \frac{٢}{٣})^٢}{١ - \frac{٢}{٣}} = ٨$$

$$= ٣٢٨٠ =$$

=====

(٥) ٢٢: كلاً مجموع ٨ حداً الأولى من متتابعة هندسية

يعطى بالقانون $ج_٢ = ١٢٨ - ٧٢ = ٥٦$ أوجد الأربعة حدود

الأولى منها وأوجد كذلك الحد السابع

===== الحل =====

$$\therefore ج_٢ = ١٢٨ - ٧٢ = ٥٦ \Leftarrow ج_٢ = ٥٦$$

$$\therefore ج_٢ = ١٢٨ - ٧٢ = ٥٦ \Leftarrow ج_٢ = ٥٦$$

$$\Leftarrow ٣٢ = ٣٢$$

$$\therefore (ح_٢) = (٢، ٦، ١٨، ٥٤،)$$

$$\therefore ج_٢ = ١٢٨ - ٧٢ = ٥٦ \Leftarrow ج_٢ = ٥٦$$

=====

(٦) متتابعة هندسية فيها $١ = ج_٢$ ، $١ = ج_٢$ أوجد مجموع الثمانية حدود الأولى منها.

===== الحل =====

$$\therefore ج_٢ = ١ \Leftarrow ج_٢ = ١$$

$$\therefore ج_٢ = ١ \Leftarrow ج_٢ = ١$$

=====

(٧) كم حداً يلزم أخذه من المتتابعة الهندسية (٢، ٤، ٨،)

ليكون المجموع ٥١٠

===== الحل =====

$$\therefore (ح_٢) = (٢، ٤، ٨،)$$

$$\therefore ٢ = ٢ = ٣، ٨ = ٨$$

$$\therefore ج_٢ = ٥١٠ \Leftarrow ج_٢ = ٥١٠$$

$$\Leftarrow ٨ = ٨ \Leftarrow ٨ = ٨$$

=====

(٨) متتابعة هندسية فيها $٢ = ٢$ ، $٢٥٦ = ٢٥٦$

ج_٢ = ٥١٠ أوجد المتتابعة .

=====

(٩) بين أنه إذا رفعت جميع حدود متتابعة هندسية إلى

القوة ٢ أو ضربت \times مقدار ثابت ٢ فإن الناتج يكون

أيضاً متتابعة هندسية أخرى . وأوجد مجموع ٨ حداً حدودها ابتداءً من حدها الأول.

===== الحل =====

$$\therefore (ح_٢) = (٢، ٢، ٢،)$$

أولاً: برفع كل حد إلى القوة ٢

$$\Leftarrow (ح_٢) = (٢، ٢، ٢،)$$

هندسية أخرى فيها $٢ = ٢$ ، الأساس $٢ = ٢$

ثانياً: عند ضرب كل حد $\times ٢$

$$\therefore (ح_٢) = (٢، ٢، ٢،)$$

نلاحظ أن $(ح_٢)$ متتابعة هندسية أيضاً فيها $٢ = ٢$ ،

الأساس $٢ = ٢$

=====

(١٠) إذا كانت $(ح_٢)$ متتابعة هندسية بين أن $(ح_٢)$ حيث

$ج_٢ = ٢$ لو $ج_٢$ متتابعة حسابية . وإذا كان

$ج_٢ = ٢ \times ٥$ فأوجد مجموع حدود كل من المتابعتين

إلى ٢٥ حداً

===== الحل =====

$$\therefore (ح_٢) = (٢، ٢، ٢،)$$

$$= ٢٥ \Leftarrow ج_٢ = ٢٥$$

$$\therefore (ح_٢) = (٢، ٢، ٢،)$$

$$\therefore (ح_٢) = (٢، ٢، ٢،)$$

متتابعة حسابية أخرى أساسها $٢ = ٢$

$$\therefore (ح_٢) = (٢، ٢، ٢،)$$

$$\frac{7}{9} = \frac{(1 + \frac{r}{1+r}) (1 - \frac{r}{1+r})}{(1 + \frac{r}{1+r}) (1 - \frac{r}{1+r})} \Leftarrow$$

$$73 + 3r73 = 9 + 3r9 + 1r9$$

$$0 = 64 - 3r64 - 1r9$$

$$0 = (8 - 3r)(72 + 3r9) \Leftarrow r = 2$$

لأن الحدود موجبة

$$\text{ثانياً: } 0 = (72 + 3r9) \Rightarrow 0 = 72 + 3r9$$

$$8 + 3r9 = 0 \Rightarrow r = -\frac{8}{27}$$

$$r = -\frac{8}{27} \Leftarrow 8 = 9 = 9 \Leftarrow 8 + 9 = 17 = 17 + 9$$

$$\Leftarrow (r) = (2, 4, 8, \dots)$$

=====

(١٨) أوجد أقل عدد من الحدود يمكن أخذه من المتتابعة

الهندسية (2×3^{-n}) ليكون المجموع أكبر من ٣٠٠

=====الحل=====

$$r = 3 \Leftarrow (r) = (2 \times 3^{-n}) = (2 \times 3^{-n}) \Rightarrow r = 3$$

$$r = 3 \Leftarrow \frac{(1 - \frac{r}{1+r})}{1 - \frac{r}{1+r}} = \frac{1 - \frac{r}{1+r}}{1 - \frac{r}{1+r}}$$

$$300 < 301 \Leftarrow 1 - 3 > 300 \Leftarrow \frac{(1 - \frac{r}{1+r})}{1 - \frac{r}{1+r}} > 300$$

$$0 < 301 \Leftarrow 301 < 301 \Leftarrow 0 < 301$$

$$6 = n$$

=====

(١٩) إذا كانت س، ص، ع أعداد موجبة في تتابع حسابي .

و كانت م وسطاً هندسياً بين س، ص . وكانت ب وسطاً

هندسياً بين ص، ع أثبت أن : $2p < b$

=====الحل=====

∴ س، ص، ع في تتابع حسابي

$$\therefore \text{ص} < \text{ماس ع} \Leftarrow ①$$

$$\therefore \text{پ} = \text{ماس ص} \Leftarrow ②, \text{ب} = \text{ماس ع} \Leftarrow ③$$

$$\text{بضرب } ③, ② \Rightarrow \text{ص} = \text{پ} \Leftarrow \text{ص} = \text{پ} \Leftarrow \text{ص} > \text{پ}$$

(٢٠) أيهما يعطي مرتب أكبر خلال ٥ محاماً : عمل

يبدأ بمرتب سنوي ١٠٠٠ جنيه مع علاوة ثابتة سنوية

$$p = 4000 = r, 0.87 = \frac{(13 - 100)}{100} = r$$

$$3480 = 0.87 \times 4000 = r$$

$$\therefore \text{ج ر} = \frac{(1 - \frac{r}{1+r})}{1 - \frac{r}{1+r}} = \frac{1 - \frac{r}{1+r}}{1 - \frac{r}{1+r}} \Leftarrow \text{ج ر} = \frac{1 - \frac{r}{1+r}}{1 - \frac{r}{1+r}}$$

$$333,425,231$$

$$\text{ثانياً: ج ر} = \frac{p}{1 - \frac{r}{1+r}} = \frac{p}{1 - \frac{r}{1+r}} = \frac{p}{1 - \frac{r}{1+r}}$$

=====

(١٦) متتابعة هندسية جميع حدودها موجبة، $r > 1$ ،

و الوسط الحسابي للحددين $ح, ح = 30$ ، والوسط

الهندسي لهما = ٢٤. أوجد المتتابعة . ثم أثبت أن مجموع

أي عدد من حدودها مهما كبر لا يمكن أن يزيد عن ٣٨٤

=====الحل=====

∴ المتتابعة هندسية، $ح + ح = 60$

$$\Leftarrow 60 = (r + 1)r \Leftarrow 60 = (r + 1)r \Leftarrow 60 = (r + 1)r$$

$$\therefore \text{الوسط الهندسي لهما} = ح = 30$$

$$r = 2 \Leftarrow \frac{r}{r} = \frac{r}{r} \Leftarrow \text{بالتعويض من } ② \text{ في } ①$$

$$\therefore \frac{r}{r} = (r + 1) \Leftarrow 60 = (r + 1)r \Leftarrow 60 = (r + 1)r$$

$$r = 2 \Leftarrow 60 = (r + 1)r \Leftarrow 60 = (r + 1)r \Leftarrow 60 = (r + 1)r$$

$$\Leftarrow r = \frac{1}{r} \Leftarrow r = 2 \text{ مرفوضة}$$

ثانياً: ∴ $r = \frac{1}{r}$ بالتعويض في ② $p = 192$

$$\text{ج ر} = \frac{p}{1 - \frac{r}{1+r}} = \frac{192}{1 - \frac{r}{1+r}} = \frac{192}{1 - \frac{r}{1+r}}$$

=====

(١٧) متتابعة هندسية حدودها موجبة . والنسبة بين ج ٩

الأولى منها : ج ٩ الأولى منها = ٧٣ : ٩ أوجد أساس

المتتابعة . وإذا كن الوسط الحسابي بين $ح, ح = 30$ ،

عن وسطهما الهندسي بمقدار ٤ . أوجد المتتابعة.

=====الحل=====

$$\therefore \text{ج ر} = \frac{73}{9} = \frac{73}{9}$$

$$\frac{73}{9} = \frac{(1 - \frac{r}{1+r})}{1 - \frac{r}{1+r}} \times \frac{(1 - \frac{r}{1+r})}{1 - \frac{r}{1+r}}$$

∴ الأعداد هي (٥ ، ١٠ ، ٢٠)

$$\textcircled{1} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \varepsilon + 1 = \mathcal{I} \Leftarrow \varepsilon \mathfrak{W} + \mathfrak{W} = \mathcal{I} \mathfrak{W}$$

$$\varepsilon \mathfrak{q} + \mathfrak{p} = \mathcal{I} \mathcal{I} \mathfrak{p} \therefore$$

$$\textcircled{2} \leftarrow \leftarrow \varepsilon^3 + 1 = \tau \Leftarrow \varepsilon^9 + 3 = \tau \quad 3$$

بالتعويض من ① في ② $(e+1)^2 = e^3 + 1$

$$s^3 + 1 = 1 + s^2 + s^4 \therefore$$

$$1 = s \quad \leftarrow \cdot = s - s \leftarrow$$

$$(\dots\dots 12, 6, 3) = (\sqrt{2}) \Leftarrow$$

(٢) متتابة حسابية مكونة من ١٥ حداً ، والحد الأوسط = ٢٣ ، ومجموع الحدود الثلاثة الأخيرة = ١٢٣ . أوجد المتتابة ، و أوجد مجموعها.

=====

(٣) إذا أدخلت عدة أوساط هندسية بين ٣، ٣٨٤،

كانت النسبة بين مجموع الوسطين الأولين : مجموع
الوسطين الآخرين = ١ : ١٦ فما عدد الأوساط.

=====الحل=====

$$2 + 3 = \text{عدد الحدود} , \quad 384 = L , \quad 3 = P \therefore$$
$$(r+1)r^3 = {}^1r^3 + r^3 = {}_2r^3 + {}_1r^3 \because ,$$
$$\frac{384}{2s} + \frac{384}{s} = 1 - \nu + \nu,$$
$$(1 + \rho) \frac{3\lambda_2}{2\rho} =$$
$$\mathfrak{r} = \mathfrak{s} \Leftarrow \mathfrak{r} = \mathfrak{A} = \mathfrak{r} \mathfrak{s} \Leftarrow \frac{1}{14} = \frac{\mathfrak{s}}{\mathfrak{r} \mathfrak{A} \mathfrak{s}} \Leftarrow$$
$${}^v f = 1 \text{ f.A.} = 1 + {}^v f \in 1 + {}^v (f) \mathfrak{A} = \mathfrak{A} \text{ f.A.} \therefore$$
$$\tau = \nu$$

(٤) متابعة حسابية $(\dots, ٢٠, ٢٥, ٣٠) = ({}_n\mathcal{H})$

جہ = ۱۰۰ فما عدد الحدود.

=====

(٥) أثبت أن لو ٦ . وسطا حسابيا بين لو ٤ ، لو ٩

=====

ELFADAALY

=====

=====



=====

=====

=====

$$\therefore \frac{1-\frac{1}{r}}{r} = \frac{1-\frac{1}{r}}{r} \text{ بوضع } r = 2$$

$$\Leftarrow (1-r^3) \cdot r = (r+r^2) \cdot r$$

$$\Leftarrow (r+r^2) \cdot r = r^3 \Rightarrow r = \frac{1}{r} \Rightarrow r^2 = 1$$

$$\Leftarrow r^2 = 1$$

المتتابعة
 =====

تدريب (٥): متتابعة حددها العام $r^n = (3)^n + 1$ أثبت أنها متتابعة هندسية. وأوجد مجموع الثمانية حدود الأولى منها.

تدريب (٦): متتابعة هندسية فيها $r = 2$ ، $r^2 = 120$ ، $r^3 = 240$ ، $r^4 = 480$ ، $r^5 = 960$ ، $r^6 = 1920$ ، $r^7 = 3840$ ، $r^8 = 7680$ ، $r^9 = 15360$ ، $r^{10} = 30720$ ، $r^{11} = 61440$ ، $r^{12} = 122880$ ، $r^{13} = 245760$ ، $r^{14} = 491520$ ، $r^{15} = 983040$ ، $r^{16} = 1966080$ ، $r^{17} = 3932160$ ، $r^{18} = 7864320$ ، $r^{19} = 15728640$ ، $r^{20} = 31457280$ ، $r^{21} = 62914560$ ، $r^{22} = 125829120$ ، $r^{23} = 251658240$ ، $r^{24} = 503316480$ ، $r^{25} = 1006632960$ ، $r^{26} = 2013265920$ ، $r^{27} = 4026531840$ ، $r^{28} = 8053063680$ ، $r^{29} = 16106127360$ ، $r^{30} = 32212254720$ ، $r^{31} = 64424509440$ ، $r^{32} = 128849018880$ ، $r^{33} = 257698037760$ ، $r^{34} = 515396075520$ ، $r^{35} = 1030792151040$ ، $r^{36} = 2061584302080$ ، $r^{37} = 4123168604160$ ، $r^{38} = 8246337208320$ ، $r^{39} = 16492674416640$ ، $r^{40} = 32985348833280$ ، $r^{41} = 65970697666560$ ، $r^{42} = 131941395333120$ ، $r^{43} = 263882790666240$ ، $r^{44} = 527765581332480$ ، $r^{45} = 1055531162664960$ ، $r^{46} = 2111062325329920$ ، $r^{47} = 4222124650659840$ ، $r^{48} = 8444249301319680$ ، $r^{49} = 16888498602639360$ ، $r^{50} = 33776997205278720$ ، $r^{51} = 67553994410557440$ ، $r^{52} = 135107988821114880$ ، $r^{53} = 270215977642229760$ ، $r^{54} = 540431955284459520$ ، $r^{55} = 1080863910568919040$ ، $r^{56} = 2161727821137838080$ ، $r^{57} = 4323455642275676160$ ، $r^{58} = 8646911284551352320$ ، $r^{59} = 17293822569102704640$ ، $r^{60} = 34587645138205409280$ ، $r^{61} = 69175290276410818560$ ، $r^{62} = 138350580552821637120$ ، $r^{63} = 276701161105643274240$ ، $r^{64} = 553402322211286548480$ ، $r^{65} = 1106804644422573096960$ ، $r^{66} = 2213609288845146193920$ ، $r^{67} = 4427218577690292387840$ ، $r^{68} = 8854437155380584775680$ ، $r^{69} = 17708874310761169551360$ ، $r^{70} = 35417748621522339102720$ ، $r^{71} = 70835497243044678205440$ ، $r^{72} = 141670994486089356410880$ ، $r^{73} = 283341988972178712821760$ ، $r^{74} = 566683977944357425643520$ ، $r^{75} = 1133367955888714851287040$ ، $r^{76} = 2266735911777429702574080$ ، $r^{77} = 4533471823554859405148160$ ، $r^{78} = 9066943647109718810296320$ ، $r^{79} = 18133887294219437620592640$ ، $r^{80} = 36267774588438875241185280$ ، $r^{81} = 72535549176877750482370560$ ، $r^{82} = 145071098353755500964741120$ ، $r^{83} = 290142196707511001929482240$ ، $r^{84} = 580284393415022003858964480$ ، $r^{85} = 1160568786830044007717928960$ ، $r^{86} = 2321137573660088015435857920$ ، $r^{87} = 4642275147320176030871715840$ ، $r^{88} = 9284550294640352061743431680$ ، $r^{89} = 18569100589280704123486863360$ ، $r^{90} = 37138201178561408246973726720$ ، $r^{91} = 74276402357122816493947453440$ ، $r^{92} = 148552804714245632987894906880$ ، $r^{93} = 297105609428491265975789813760$ ، $r^{94} = 594211218856982531951579627520$ ، $r^{95} = 1188422437713965063903159255040$ ، $r^{96} = 2376844875427930127806318510080$ ، $r^{97} = 4753689750855860255612637020160$ ، $r^{98} = 9507379501711720511225274040320$ ، $r^{99} = 19014759003423441022450548080640$ ، $r^{100} = 38029518006846882044901096161280$ ، $r^{101} = 76059036013693764089802192322560$ ، $r^{102} = 152118072027387528179604384645120$ ، $r^{103} = 304236144054775056359208769290240$ ، $r^{104} = 608472288109550112718417538580480$ ، $r^{105} = 1216944576219100225436835077160960$ ، $r^{106} = 2433889152438200450873670154321920$ ، $r^{107} = 4867778304876400901747340308643840$ ، $r^{108} = 9735556609752801803494680617287680$ ، $r^{109} = 19471113219505603606989361234575360$ ، $r^{110} = 38942226439011207213978722469150720$ ، $r^{111} = 77884452878022414427957444938301440$ ، $r^{112} = 155768905756044828855914889876602880$ ، $r^{113} = 311537811512089657711829779753205760$ ، $r^{114} = 623075623024179315423659559506411520$ ، $r^{115} = 1246151246048358630847319119012823040$ ، $r^{116} = 2492302492096717261694638238025646080$ ، $r^{117} = 4984604984193434523389276476051292160$ ، $r^{118} = 9969209968386869046778552952102584320$ ، $r^{119} = 19938419936773738093557105904205168640$ ، $r^{120} = 39876839873547476187114211808410337280$ ، $r^{121} = 79753679747094952374228423616820674560$ ، $r^{122} = 159507359494189904748456847233641349120$ ، $r^{123} = 319014718988379809496913694467282698240$ ، $r^{124} = 638029437976759618993827388934565396480$ ، $r^{125} = 1276058875953519237987654777869130792960$ ، $r^{126} = 2552117751907038475975309555738261585920$ ، $r^{127} = 5104235503814076951950619111476523171840$ ، $r^{128} = 10208471007628153903901238222953046343680$ ، $r^{129} = 20416942015256307807802476445906092687360$ ، $r^{130} = 40833884030512615615604952891812185374720$ ، $r^{131} = 81667768061025231231209905783624370749440$ ، $r^{132} = 163335536122050462462419811567248741498880$ ، $r^{133} = 326671072244100924924839623134497482997760$ ، $r^{134} = 653342144488201849849679246268994965995520$ ، $r^{135} = 1306684288976403699699358492537989931991040$ ، $r^{136} = 2613368577952807399398716985075979863982080$ ، $r^{137} = 5226737155905614798797433970151959727964160$ ، $r^{138} = 10453474311811229597594867940303919455928320$ ، $r^{139} = 20906948623622459195189735880607838911856640$ ، $r^{140} = 41813897247244918390379471761215677823713280$ ، $r^{141} = 83627794494489836780758943522431355647426560$ ، $r^{142} = 167255588988979673561517887044862711294853120$ ، $r^{143} = 334511177977959347123035774089725422589706240$ ، $r^{144} = 669022355955918694246071548179450845179412480$ ، $r^{145} = 1338044711911837388492143096358901690358824960$ ، $r^{146} = 2676089423823674776984286192717803380717649920$ ، $r^{147} = 5352178847647349553968572385435606761435299840$ ، $r^{148} = 10704357695294699107937144770871213522870599680$ ، $r^{149} = 21408715390589398215874289541742427045741199360$ ، $r^{150} = 42817430781178796431748579083484854091482398720$ ، $r^{151} = 85634861562357592863497158166969708182964797440$ ، $r^{152} = 171269723124715185726994316333939416365929594880$ ، $r^{153} = 342539446249430371453988632667878832731859189760$ ، $r^{154} = 685078892498860742907977265335757665463718379520$ ، $r^{155} = 1370157784997721485815954530671515330927436759040$ ، $r^{156} = 2740315569995442971631909061343030661854873518080$ ، $r^{157} = 5480631139990885943263818122686061323709747036160$ ، $r^{158} = 10961262279981771886527636245372122647419494072320$ ، $r^{159} = 21922524559963543773055272490744245294838988144640$ ، $r^{160} = 43845049119927087546110544981488490589677976289280$ ، $r^{161} = 87690098239854175092221089962976981179355952578560$ ، $r^{162} = 175380196479708350184442179925953962358711905157120$ ، $r^{163} = 350760392959416700368884359851907924717423810314240$ ، $r^{164} = 701520785918833400737768719703815849434847620628480$ ، $r^{165} = 1403041571837666801475537439407631698869695241256960$ ، $r^{166} = 2806083143675333602951074878815263397739390482513920$ ، $r^{167} = 5612166287350667205902149757630526795478780965027840$ ، $r^{168} = 11224332574701334411804299515261053590957561930055680$ ، $r^{169} = 22448665149402668823608599030522107181915123860111360$ ، $r^{170} = 44897330298805337647217198061044214363830247720222720$ ، $r^{171} = 89794660597610675294434396122088428727660495440445440$ ، $r^{172} = 179589321195221350588868792244176857455320990880890880$ ، $r^{173} = 359178642390442701177737584488353714910641981761781760$ ، $r^{174} = 718357284780885402355475168976707429821283963523563520$ ، $r^{175} = 1436714569561770804710950337953414859642567927047127040$ ، $r^{176} = 2873429139123541609421900675906829719285135854094254080$ ، $r^{177} = 5746858278247083218843801351813659438570271708188508160$ ، $r^{178} = 11493716556494166437687602703627318877140543416377016320$ ، $r^{179} = 22987433112988332875375205407254637754281086832754032640$ ، $r^{180} = 45974866225976665750750410814509275508562173665508065280$ ، $r^{181} = 91949732451953331501500821629018551017124347331016130560$ ، $r^{182} = 183899464903906663003001643258037102034248694662032261120$ ، $r^{183} = 367798929807813326006003286516074204068497389324064522240$ ، $r^{184} = 735597859615626652012006573032148408136994778648129044480$ ، $r^{185} = 1471195719231253304024013146064296816273989557296258088960$ ، $r^{186} = 2942391438462506608048026292128593632547979114592516177920$ ، $r^{187} = 5884782876925013216096052584257187265095958229185032355840$ ، $r^{188} = 11769565753850026432192105168514374530191916458370064711680$ ، $r^{189} = 23539131507700052864384210337028749060383832916740129423360$ ، $r^{190} = 47078263015400105728768420674057498120767665833480258846720$ ، $r^{191} = 94156526030800211457536841348114996241535331666960517693440$ ، $r^{192} = 188313052061600422915073682696229992483070663333921035386880$ ، $r^{193} = 376626104123200845830147365392459984966141326667842070773760$ ، $r^{194} = 753252208246401691660294730784919969932282653335684141547520$ ، $r^{195} = 1506504416492803383320589461569839939864565306671368283095040$ ، $r^{196} = 3013008832985606766641178923139679879729130613342736566190080$ ، $r^{197} = 6026017665971213533282357846279359759458261226685473132380160$ ، $r^{198} = 12052035331942427066564715692558719518916522453370946264760320$ ، $r^{199} = 24104070663884854133129431385117439037833044906741892529520640$ ، $r^{200} = 48208141327769708266258862770234878075666089813483785059041280$ ، $r^{201} = 96416282655539416532517725540469756151332179626967570118082560$ ، $r^{202} = 192832565311078833065035451080939512302664359253935140236165120$ ، $r^{203} = 385665130622157666130070902161879024605328718507870280472330240$ ، $r^{204} = 771330261244315332260141804323758049210657437015740560944660480$ ، $r^{205} = 1542660522488630664520283608647516098421314874031481121889320960$ ، $r^{206} = 3085321044977261329040567217295032196842629748062962243778641920$ ، $r^{207} = 6170642089954522658081134434590064393685259496125924487557283840$ ، $r^{208} = 12341284179909045316162268869180128787370518992251848975114567680$ ، $r^{209} = 24682568359818090632324537738360257574741037984503697950229135360$ ، $r^{210} = 49365136719636181264649075476720515149482075969007395900458270720$ ، $r^{211} = 98730273439272362529298150953441030298964151938014791800916541440$ ، $r^{212} = 197460546878544725058596301906882060597928303876029583601833082880$ ، $r^{213} = 394921093757089450117192603813764121195856607752059167203666165760$ ، $r^{214} = 789842187514178900234385207627528242391713215504118334407332331520$ ، $r^{215} = 1579684375028357800468770415255056484783426431008236668814664663040$ ، $r^{216} = 3159368750056715600937540830510112969566852862016473337629329326080$ ، $r^{217} = 6318737500113431201875081661020225939133705724032946675258658652160$ ، $r^{218} = 12637475000226862403750163322040451878267411448065893350517317304320$ ، $r^{219} = 25274950000453724807500326644080903756534822896131786701034634608640$ ، $r^{220} = 50549900000907449615000653288161807513069645792263573402069269217280$ ، $r^{221} = 101099800001814899230001306576323615026139291584527146804138538434560$ ، $r^{222} = 202199600003629798460002613152647230052278583169054293608277076869120$ ، $r^{223} = 404399200007259596920005226305294460104557166338108587216554153738240$ ، $r^{224} = 808798400014519193840010452610588920209114332676217174433108307476480$ ، $r^{225} = 1617596800029038387680020905221177840418228665352434348866216614952960$ ، $r^{226} = 3235193600058076775360041810442355680836457330704868697732433229905920$ ، $r^{227} = 6470387200116153550720083620884711361672914661409737395464866459811840$ ، $r^{228} = 12940774400232307101440167241769422723345829322819474790929732919623680$ ، $r^{229} = 25881548800464614202880334483538845446691658645638949581859465839247360$ ، $r^{230} = 51763097600929228405760668967077690893383317291277899163718931678494720$ ، $r^{231} = 103526195201858456811521337934155381786766634582555798327437863356989440$ ، $r^{232} = 207052390403716913623042675868310763573533269165111596654875726713978880$ ، $r^{233} = 414104780807433827246085351736621527147066538330223193309751453427957760$ ، $r^{234} = 828209561614867654492170703473243054294133076660446386619502906855915520$ ، $r^{235} =$

حيث $0 < p < \frac{1}{2}$ ثم أثبت أنه يمكن إيجاد مجموع عدد غير منتهي من حدودها بداية من ح، وأن المجموع = ط

=====الحل=====

∴ (ح ٢ ، - ح ٢ ح ٢ ، ح ٢ ح ٢ ، ح ٢ ح ٢ ،)

هي متتابعة هندسية \Leftarrow ر = - ح ٢

∴ $|ر| = |- ح ٢| = ح ٢ < ١$

لأن $١ - ح ٢ \geq ١$ ∴ أنه يمكن إيجاد ج

$$ج = \frac{١}{١ - ح ٢} = \frac{١}{١ - ح ٢} = ط$$

=====

تمرين حلو: لكل س < الصفر أثبت أن س + $\frac{1}{س} < ٢$

=====الحل=====

باستخدام فكرة أن :

الوسط الحسابي < الوسط الهندسي (لنفس العددين)

$$\frac{١}{س} \times (س + \frac{1}{س}) < س \times \frac{1}{س} \Rightarrow \frac{1}{س} \times (س + \frac{1}{س}) < ١$$

$$\Rightarrow س + \frac{1}{س} < ٢ \text{ لكل } س < ٠$$

تمرين حلو (٢) إذا كان ح_١ ، ح_٢ ، ح_٣ من متتابعة حسابية

تساوي الحدود الثلاثة الأولى من متتابعة هندسية أوجد

أساس المتتابعة الهندسية. ثم أوجد قيمة س حيث ح_١ من

المتتابعة الحسابية = ح_٤ من المتتابعة الهندسية

=====الحل=====

$$\therefore ح_١ = ١ ، ح_٢ = ٤ ، ح_٣ = ٩ ، ح_٤ = ١٦$$

$$\therefore (١ + ٩) = (٤ + ١٦) \Rightarrow ١٠ = ٢٠$$

$$\therefore ١٦ + ٩ = ٢٥ ، ٩ + ٤ = ١٣ ، ٤ + ١ = ٥$$

$$٢٥ - ١٦ = ٩ ، ١٣ - ٩ = ٤ ، ٥ - ٤ = ١$$

$$\Rightarrow ١ = ٢$$

$$\Leftarrow ح_١ = ٢ = ٤ + ٤ = ٣ \Leftarrow ①$$

$$، ح_٢ = ٤ = ٤ + ٤ = ٦ \Leftarrow ②$$

$$، ح_٣ = ٩ = ٤ + ٤ = ١٢$$

ج_١ = ج_٢ = ج_٣ = ج_٤ = ج_٥ = ج_٦ = ج_٧ = ج_٨ = ج_٩ = ج_{١٠} = ج_{١١} = ج_{١٢} = ج_{١٣} = ج_{١٤} = ج_{١٥} = ج_{١٦} = ج_{١٧} = ج_{١٨} = ج_{١٩} = ج_{٢٠} = ج_{٢١} = ج_{٢٢} = ج_{٢٣} = ج_{٢٤} = ج_{٢٥} = ج_{٢٦} = ج_{٢٧} = ج_{٢٨} = ج_{٢٩} = ج_{٣٠} = ج_{٣١} = ج_{٣٢} = ج_{٣٣} = ج_{٣٤} = ج_{٣٥} = ج_{٣٦} = ج_{٣٧} = ج_{٣٨} = ج_{٣٩} = ج_{٤٠} = ج_{٤١} = ج_{٤٢} = ج_{٤٣} = ج_{٤٤} = ج_{٤٥} = ج_{٤٦} = ج_{٤٧} = ج_{٤٨} = ج_{٤٩} = ج_{٥٠} = ج_{٥١} = ج_{٥٢} = ج_{٥٣} = ج_{٥٤} = ج_{٥٥} = ج_{٥٦} = ج_{٥٧} = ج_{٥٨} = ج_{٥٩} = ج_{٦٠} = ج_{٦١} = ج_{٦٢} = ج_{٦٣} = ج_{٦٤} = ج_{٦٥} = ج_{٦٦} = ج_{٦٧} = ج_{٦٨} = ج_{٦٩} = ج_{٧٠} = ج_{٧١} = ج_{٧٢} = ج_{٧٣} = ج_{٧٤} = ج_{٧٥} = ج_{٧٦} = ج_{٧٧} = ج_{٧٨} = ج_{٧٩} = ج_{٨٠} = ج_{٨١} = ج_{٨٢} = ج_{٨٣} = ج_{٨٤} = ج_{٨٥} = ج_{٨٦} = ج_{٨٧} = ج_{٨٨} = ج_{٨٩} = ج_{٩٠} = ج_{٩١} = ج_{٩٢} = ج_{٩٣} = ج_{٩٤} = ج_{٩٥} = ج_{٩٦} = ج_{٩٧} = ج_{٩٨} = ج_{٩٩} = ج_{١٠٠}

ج_١ = ج_٢ = ج_٣ = ج_٤ = ج_٥ = ج_٦ = ج_٧ = ج_٨ = ج_٩ = ج_{١٠} = ج_{١١} = ج_{١٢} = ج_{١٣} = ج_{١٤} = ج_{١٥} = ج_{١٦} = ج_{١٧} = ج_{١٨} = ج_{١٩} = ج_{٢٠} = ج_{٢١} = ج_{٢٢} = ج_{٢٣} = ج_{٢٤} = ج_{٢٥} = ج_{٢٦} = ج_{٢٧} = ج_{٢٨} = ج_{٢٩} = ج_{٣٠} = ج_{٣١} = ج_{٣٢} = ج_{٣٣} = ج_{٣٤} = ج_{٣٥} = ج_{٣٦} = ج_{٣٧} = ج_{٣٨} = ج_{٣٩} = ج_{٤٠} = ج_{٤١} = ج_{٤٢} = ج_{٤٣} = ج_{٤٤} = ج_{٤٥} = ج_{٤٦} = ج_{٤٧} = ج_{٤٨} = ج_{٤٩} = ج_{٥٠} = ج_{٥١} = ج_{٥٢} = ج_{٥٣} = ج_{٥٤} = ج_{٥٥} = ج_{٥٦} = ج_{٥٧} = ج_{٥٨} = ج_{٥٩} = ج_{٦٠} = ج_{٦١} = ج_{٦٢} = ج_{٦٣} = ج_{٦٤} = ج_{٦٥} = ج_{٦٦} = ج_{٦٧} = ج_{٦٨} = ج_{٦٩} = ج_{٧٠} = ج_{٧١} = ج_{٧٢} = ج_{٧٣} = ج_{٧٤} = ج_{٧٥} = ج_{٧٦} = ج_{٧٧} = ج_{٧٨} = ج_{٧٩} = ج_{٨٠} = ج_{٨١} = ج_{٨٢} = ج_{٨٣} = ج_{٨٤} = ج_{٨٥} = ج_{٨٦} = ج_{٨٧} = ج_{٨٨} = ج_{٨٩} = ج_{٩٠} = ج_{٩١} = ج_{٩٢} = ج_{٩٣} = ج_{٩٤} = ج_{٩٥} = ج_{٩٦} = ج_{٩٧} = ج_{٩٨} = ج_{٩٩} = ج_{١٠٠}

أوجد قيمة (ج_١ + ج_٢ + ج_٣ + ج_٤ + ج_٥ + ج_٦ + ج_٧ + ج_٨ + ج_٩ + ج_{١٠})

=====الحل=====

$$\therefore ج_١ = ١ ، ج_٢ = ٥ ، ج_٣ = ٩ ، ج_٤ = ١٦ ، ج_٥ = ٢٥ ، ج_٦ = ٣٦ ، ج_٧ = ٤٩ ، ج_٨ = ٦٤ ، ج_٩ = ٨١ ، ج_١٠ = ١٠٠$$

∴ هذه متتابعة حسابية فيها

$$، ح = ١٠ ، ١ + ١٠ = ١١ \Leftarrow ج = \frac{١}{١١} (١ + ١٠ + ١١ + ١٢ + ١٣ + ١٤ + ١٥ + ١٦ + ١٧ + ١٨ + ١٩ + ٢٠)$$

$$= ١١ + ١٢ + ١٣ + ١٤ + ١٥ + ١٦ + ١٧ + ١٨ + ١٩ + ٢٠ = ١١٠$$

=====

تدريب (١٥) متتابعة هندسية لا نهائية ج_١ الأولى منها =

ب ، ج_٢ الأولى منها = ج ، ج_٣ الأولى منها = ج^٢

أثبت أن : (ب ، ج - ب ، ج - ج ، ج - ج ،) هي متتابعة

هندسية لانهاية وأن مجموع أي عدد غير منتهي من

حدودها مهما كبر لن يزيد عن مجموع المتتابعة الأصلية.

=====الحل=====

$$\therefore ج = \frac{١ - ج^٢}{١ - ج} = \frac{١ - ج^٢}{١ - ج} = ١ + ج$$

$$، ج = \frac{١ - ج^٣}{١ - ج} = \frac{١ - ج^٣}{١ - ج} = ١ + ج + ج^٢$$

$$ج = \frac{١ - ج^٤}{١ - ج} = \frac{١ - ج^٤}{١ - ج} = ١ + ج + ج^٢ + ج^٣$$

$$\Leftarrow ج = \frac{١ - ج^٢}{١ - ج} \times \frac{١ - ج^٢}{١ - ج} = \frac{١ - ج^٤}{١ - ج} = ١ + ج + ج^٢ + ج^٣$$

$$\Leftarrow ج = ١ - ج \Rightarrow ج = \frac{١}{٢} \Leftarrow ①$$

$$، ج = \frac{١ - ج^٣}{١ - ج} \Rightarrow ج = \frac{١ - ج^٣}{١ - ج} = ١ + ج + ج^٢ \Leftarrow ②$$

من ① ، ② نجد أن (ب ، ج - ب ، ج - ج ، ج - ج ،)

متتابعة هندسية

$$\text{ثانياً: } ج = \frac{١}{١ - ج} ، ج = \frac{١}{١ - ج} = ١ + ج$$

=====

تدريب (١٥) أوجد أساس المتتابعة الهندسية (ح ٢ ،

- ح ٢ ح ٢ ، ح ٢ ح ٢ ، ح ٢ ح ٢ ،)

ثانياً:

$$\therefore s + e < \sqrt{2s + e}$$

$$15 = s \Leftarrow 16 = 1 - s + 2 \Leftarrow$$

المتابعة

أوجد ج_∞

$$۱۶ < \frac{(ص + مل)}{صل} + \frac{(س + ع)}{س ع}$$

(س ، ۹ ، ص ،)

وسطهما الحسابی = س + ع٢،

∴ العددان هما ٩ ، ٢

$$\begin{aligned} \overline{P} \cdot 10 &= P + 9 \Leftrightarrow \overline{P} \cdot \frac{10}{9} \times 9 = P + 9 \therefore , \\ 0 &= (1 - \overline{P})(9 - \overline{P}) \Leftrightarrow 0 = 9 + \overline{P} \cdot 10 - P \therefore \\ 0 &= \overline{P} \cdot 9 = \overline{P} \cdot 10 - P \Leftrightarrow 1 = \overline{P} \cdot 10 - P \Leftrightarrow 1 = P \Leftrightarrow 1 = \overline{P} \cdot 10 - P \end{aligned}$$

النموذج الثاني: (١) أوجد مجموعة حل المعادلة :

$$2 \text{ لوس} - \text{لو} (س) = 2$$

===== الحل =====

$$2 \text{ لوس} - \text{لو} (س) = 2$$

$$\text{لو} \left(\frac{س}{1-س} \right) = \text{لو} 2 \Leftrightarrow \left(\frac{س}{1-س} \right) = 2$$

$$س = 2 - س \Rightarrow س = 2$$

$$س = 2 - س \Rightarrow 0 = 2 - 2 = 0$$

$$\{2\} = ح. م. \quad 2 = س$$

=====

(٢) أكتب مجال الدالة د:

د(س) = $\frac{س^2 - 4س + 3}{س - 1}$ ثم ارسم منحنى الدالة ومن الرسم استنتج مدى الدالة واطرافها.

(ب) عين مجال كل من الدالتين د(س) = $\frac{1}{س-4}$

$$، د(س) = \frac{3}{س-4}$$

(٣) [٢] ارسم منحنى الدالة د: $\left. \begin{array}{l} 3 \leq س \\ \frac{1}{س-3} \end{array} \right\} = د(س)$

$$3 > س ، \frac{1}{س-3}$$

ومن الرسم ابحث نوع الدالة من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

[ب] أوجد مجموعة حل المعادلة :

$$(س + 1)^2 - 2(س + 1) + 1 = 0$$

(٤) [٢] متتابعة هندسية حدها الأول = ٣، حدها

الأخير = ١٥٣٦، ومجموعها = ٣٠٦٩ أوجد عدد حدودها.

[ب] متتابعة حسابية (ح) فيها ح_١ ، ح_٢ ، ح_٣ في تتابع

هندسي أثبت أن : ح_٢ ، ح_٣ ، ح_٤ في تتابع هندسي آخر.

(٥) [٢] متتابعة حسابية فيها ح_{١٧} + ح_{١٨} = ٧٣،

$$ح_{١٩} + ح_{٢٠} = ٨٠ \text{ أوجد المتتابعة وأوجد مجموع}$$

العشرين حداً الأولى منها.

النموذج الثالث: (١) [٢] إذا كانت د(س) =

س^٣ فأكتب قاعدة كل من الدوال الآتية : أولاً: د(س) + ٢

ثانياً: د(س) - ٣ ثالثاً: د(س) - ١ رابعاً: د(س) + ٤

وبين كيف تحصل على منحنى كل دالة من هذه الدوال من منحنى الدالة دارسم شكلاً تخطيطياً في كل حالة.

[ب] إذا كانت ٢ ، ب ، ج في تتابع حسابي فأثبت أن

$$٢ + ب ، ب + ج ، ج + د$$

===== الحل =====

[ب] ∴ ٢ ، ب ، ج في تتابع حسابي $\Leftrightarrow ٢ + ب = ج + ٢$ ①

بإضافة ٢ + ج للطرفين $\Leftrightarrow ٢ + ب + ج + ٢ = ج + ٢ + ج + ٢$

$$\Leftrightarrow ٢ + ب + ج + ٢ = ج + ٢ + ج + ٢$$

$$\Leftrightarrow ٢ + ب + ج + ٢ = ج + ٢ + ج + ٢$$

$$\Leftrightarrow ٢ + ب + ج + ٢ = ج + ٢ + ج + ٢$$

(٢) [٢] أوجد مجموعة حل المعادلة :

$$٦ \times ٢^س - ١٣ \times ٣^س + ٦ \times ٣^٢س = ٠$$

[ب] أوجد مجموعة حل المتباينة : $٥ < |٤ - س|$

ر(س) = $\frac{15}{3} \left(\frac{س}{س} \right)$ ومن الرسم عين مدى الدالة وادرس اطرافها.

[ب] متتابعة حسابية فيها $2 = 17$ ، $21 =$ ل

، $0 =$ جـ . أوجد المتتابعة . ثم أوجد جـ، الأولى منها.

النموذج الرابع: (١) [٢] : إذا كانت $\left. \begin{array}{l} ٠ > س - ١ \\ ٠ = س \\ ٠ > س + ١ \end{array} \right\}$ د(س) = صفر ، س

عين مجال الدالة . ثم ارسم منحنى الدالة ومن الرسم استنتج مداها واطرافها.

[ب] متتابعة هندسية فيها $8 =$ حـ ، $64 =$ ل أوجد المتتابعة ثم أوجد جـ، الأولى منها.

(٢) [٢] حل المعادلة : $٣ - س = ١١ - س$

[ب] إذا أدخل بين ٣ ، ٢١ عدة أوساط حسابية وكانت النسبة بين مجموع الوسطين الأولين إلى مجموع الوسطين الآخرين $= ١ : ٣$ أوجد المتتابعة.

(٣) [٢] أوجد مجموعة حل المعادلة :

$$\text{لو } (س - ١) - ٣ = \text{لو } (٣ - س) = ٨$$

[ب] ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $\frac{1}{س+٢}$ ومن الرسم استنتج مدى الدالة.

(٤) [٢] أوجد مجموعة حل المعادلة : $|٣ - س| = س = ٠$

(٣) [٢] أوجد مجموعة حل المعادلة :

$$٢س - ٨ = |٥ - س|$$

[ب] ارسم الشكل البياني للدالة د:

$$\left. \begin{array}{l} س - ٤ ، س \leq ٤ \\ -س + ٤ ، س > ٤ \end{array} \right\} = \text{د(س)}$$

ثم ابحث د من حيث كونها زوجية أم فردية.

(٤) [٢] أوجد ناتج : $\frac{٥٤٤٢ - ٦٠٢٤}{٣٠١٧} - \frac{٣٠١٥}{٣٠١٧}$

[ب] إذا كانت (١، س، ص) في تتابع حسابي ، (١، ص

، س) في تتابع هندسي . أوجد قيمة كل من س ، ص

: $س \neq ص \neq ١$ ثم بين أن المتتابعة الهندسية يمكن

جمعها إلى اللانهاية وأوجد هذا المجموع.

الحل: (١، س، ص) في تتابع حسابي

$$٢س = ص \leftarrow ①$$

، (١، ص، س) في تتابع هندسي $\leftarrow ص = س^٢ \leftarrow ②$

بالتعويض من ① في ② عن $ص = س^٢$

$$\leftarrow (س^٢) = س \leftarrow س^٢ = س \leftarrow س = ٤ \leftarrow س = ١$$

$$\leftarrow س = \frac{1}{4} \leftarrow س = \frac{1}{2} \leftarrow س = 1 \leftarrow س = 4 \leftarrow س = ١$$

(٥) [١] إذا كانت د، س = $س^٢ - ٢س - ٨$

، د(س) = $|س + ٢|$ ارسم الشكل البياني للدالة ر :

[ب] (ح) متتابعة حسابية فيها $ح_١ + ح_٢ = ١٠$ ، $ح_١٠$ ، ١٠٠ ، ٢١ أوجد المتتابعة ثم أوجد جـم الأولى منها.

(٢) [٢] أوجد مجموعة حل المعادلة: $٤س^٢ - ٣س = ٧س - ١٠٥$

[ب] إذا كانت ٢ ، $ب$ ، $ج$ في تتابع هندسي ، وكانت ٢ ، $٢+ب$ ، $٢+ج$ في تتابع حسابي . فأوجد:

أولاً: $٢: ب: ج$ ثانياً: أساس المتتابعة الهندسية

ثالثاً: المتتابعة الهندسية إذا كان $ج = ١٨٩$ الأولى منها

===== [ب] حل ج ٢ =====

١. ٢ ، $ب$ ، $ج$ في تتابع هندسي $\Rightarrow ب = ٢ج$ ← ← ١

٢. ٢ ، $٢+ب$ ، $٢+ج$ في تتابع حسابي

٢ $\leftarrow (٢+ب) \leftarrow (٢+ج) \Rightarrow ٢ = ب = ج$ ← ← ٢

بالتعويض من ٢ في ١ $\Rightarrow ب = ٢$ ، $ج = ٢$ ← ← ٣

$ج = ٢٤$

أولاً: $٢: ب: ج = ٢: ٢٢: ٢٤$

ثانياً: $٢: ب: ج = ١: ٢: ٤$

ثانياً: أساس المتتابعة الهندسية $= ٢$

ثالثاً: $ج = ١٨٩ \Rightarrow \frac{٢(١-٢^٢)}{١-٢} = ١٨٩$

$٣ = ٢$

∴ (ح) = (٣ ، ٦ ، ١٢ ، ...)

(٣) [٢] أوجد مجموعة حل المعادلة:

(لوس) + (لوس) = (لوس) - ٢ (لوس) - ١

[ب] ارسم منحنى الدالة د: (س) = س^٣ وعين مداها.

===== [٢] حل ج ٣ =====

∴ (لوس) + (لوس) = (لوس) - ٢ (لوس) - ١

∴ (لوس) = ١ + ٢ (لوس)

[لوس + ١] = ٢ (لوس) - ٢ (لوس) = ١ ± لوس

عندما : لوس = ١ + لوس = ٢ لوس = ١ - لوس = لوس

[ب] إذا كانت ٢ ، $ب$ ، $ج$ ثلاثة أعداد في تتابع حسابي ومجموعها $= ٩$ ، وكان $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{ب}$ ، $\frac{٣}{ج}$ في تتابع هندسي فأوجد هذه الأعداد.

===== [ب] الحل ج ٤ =====

١. ٢ ، $ب$ ، $ج$ ثلاثة أعداد في تتابع حسابي

٢ $\leftarrow ٢ = ب + ج$ ← ١

٢. $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{ب}$ ، $\frac{٣}{ج}$ في تتابع هندسي

∴ $(\frac{٢}{ب})^٢ = \frac{٣}{ج}$ ← ٢

٣. $٢ + ب + ج = ٩$ ، $٢ - ب = ٩$ ← ٣

بالتعويض من ٣ في ١

٢ $\leftarrow ٩ = ب + ج = ٣ + ج$ ← ٤

٤ $\leftarrow ج = ٦ - ب$ ← ٥

بالتعويض عن $ب = ٣$ ، $ج = ٦ - ب = ٣$ في ٢

∴ $(\frac{٢}{ب})^٢ = \frac{٣}{ج} \Rightarrow \frac{٢^٢}{٣^٢} = \frac{٣}{٣} \Rightarrow ٢ = ٣$

$٢٤ = ٢٤ - ٢٧ = ٣$ ، $٢ = ٣$ ، $٢ = ٣$

أولاً : عندما $٢ = ٣$ ، $ج = ٢$

∴ الأعداد هي $\{ \frac{٢}{٣} ، ٣ ، \frac{٣}{٢} \}$ ، $\{ \frac{٢}{٣} ، ٣ ، \frac{٣}{٢} \}$

=====

(٥) [٢] إذا كانت د(س) = س^٣ حل المعادلة :

د(س - ١) + د(س + ١) = $\frac{٥}{٣}$

[ب] عين نوع الدالة د من حيث كونها زوجية أم فردية

حيث : أولاً: د(س) = $(\frac{٣}{س} + \frac{٣}{س})$

، ثانياً: د(س) = س^٢ + س^٢ ظا

=====

النموذج الخامس : (١) [٢] ارسم الدالة د:

د(س) = س + |س| ومن الرسم استنتج مدى الدالة

واطرادها و بين نوعها من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

=====

← س = ٥

عندما لوس = ١ - لوس = ٢ ← لوس = - (لوس + ١) ،
 ← لوس = - لوس = ٢ ← لوس = لوس - ٢٠ ← س = ١ - ٢٠ ← س = ١ - ٢٠

=====

(٤) [٢] متتابعة حسابية فيها ح، ١١ = ج، ٥٦ = الأولى منها. ، ج، ج، الأخيرة منها = ١١٢ أو وجد عدد حدود المتتابعة ومجموعها

[ب] أوجد مجموعة حل المعادلة:

$$|٢س - ٧| - |س + ٥| = ٠$$

=====

(٥) [٢] أوجد على صورة فترة مجموعة حل المتباينة:

$$|٣س - ٢| > ٤$$

[ب] إذا كان د(س) = ٢س

$$\frac{١٧}{٤} = \frac{د(١-س)}{د(١+س)} + \frac{د(١+س)}{د(١-س)}$$

=====

النموذج السادس: (١) [٢] ارسم منحنى الدالة د:

د(س) = $\frac{١-س}{س}$ ومن الرسم استنتج المدى والاطراد.

[ب] ثلاثة أعداد تكون متتابعة حسابية ومجموعها ١٥.

وإذا نقص من العدد الأوسط ٢ نحصل على متتابعة هندسية. أوجد المتتابعة الهندسية.

=====

(٢) [٢] أوجد مجموعة حل المعادلة: $٧ \geq |١ - ٢س|$

[ب] أوجد مجموعة حل المعادلة:

$$\sqrt[٣]{٣س - ٣} = \sqrt[٣]{٣س}$$

=====

(٣) [٢] إذا كانت لهر = $\frac{١}{٢}$ فأثبت أن :

$$\frac{١}{٢} = \frac{لوس - لوس^٢}{لوس(٣س + ٦)}$$

[ب] إذا كانت د(س) = ٥س فأوجد قيمة :

$$\frac{د(٣س + ٤) - د(٤س + ٣)}{د(٤س + ٣) - د(٣س + ٤)}$$

-----الحل [٢]-----

∴ لهر = $\frac{١}{٢}$ ← س = ٥ ← س = ٢٥ ← ← ← ①

$$\frac{١}{٢} = \frac{لوس - لوس^٢}{لوس(٣س + ٦)} = \frac{لوس - لوس^٢}{لوس(٣ + ٦٥)} = \frac{١ - لوس}{٦ + ٧٥} = \frac{١ - لوس}{٧٦}$$

=====

(٤) [٢] أوجد المتتابعة الهندسية التي ح = ١. والنسبة بين

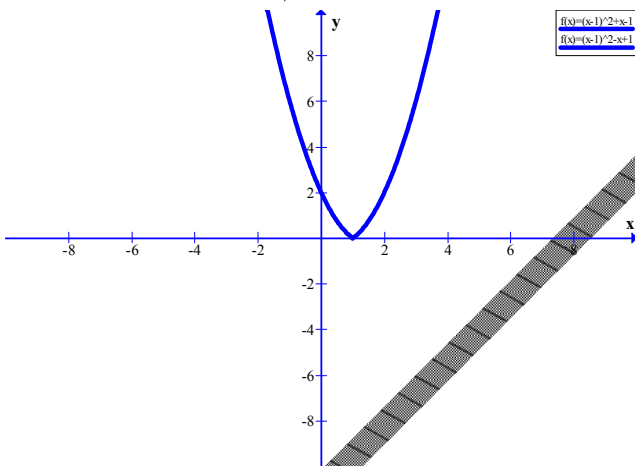
مجموع الحدود الأربعة الأولى منها ومجموع حديها الأول

والثالث = ٣ : ٢ ثم أوجد مجموعها إلى ما لانهاية.

[ب] ارسم منحنى الدالة د: د(س) = (١ - س) + |١ - س|

ثم عين مدى الدالة ونوعها من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

-----رسم [ب]-----



=====

(٥) [٢] أثبت أن : لهر = ٥٦ - لهر = ٤٢ - لهر = ١٩ - لهر = ٢٤ - لهر = ٣

[ب] ارسم الشكل البياني للدالة د: د(س) = $(\frac{١}{٣})^س$ حيث س

∈ [٢ - ٢] ومن الرسم أوجد :

أولا: قيمة مقربة للعدد $\sqrt[٢٧]{٢٧}$

ثانيا: قيمة س عندما د(س) = $\frac{٥}{٢}$

=====

النموذج السابع: (١) [٢] ارسم منحنى الدالة د:

د(س) = $|س|س - ٢$ ومن الرسم استنتج المدى -
الاطراد - نوعها من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

[ب] ج ه الأولى من متتابعة حسابية = ٥٠، ح، ح، ح، ح
ح تكون متتابعة هندسية. أوجد المتتابعة الحسابية.

(٢) [٢] حل المعادلة: (س - ١) + |س - ١| = ١٢

[ب] أثبت أن: $\frac{1}{٢} = \frac{١ - ٣س + ٣س^٢ - ٣س^٣ + ٣س^٤ - ٣س^٥ + ٣س^٦ - ٣س^٧ + ٣س^٨ - ٣س^٩ + ٣س^{١٠} - ٣س^{١١} + ٣س^{١٢}}{٣ \times ١٩٦}$

(٣) [٢] أوجد مجموعة حل المعادلة:

$$١ - ٢س = \sqrt{١ + ٣س} + \sqrt{١ - ٢س}$$

[ب] متتابعة هندسية لانهاية أساسها موجب. $٢٥ = \frac{١}{٣}$

ح - ح = ١. أوجد المتتابعة.

(٤) [٢] أوجد مجموعة حل المتبانه $|س + ٥| < ٧$

[ب] عددان وسطهما الهندسي يزيد ٦ عن أصغر العددين
ووسطهما الحسابي ينقص ٩ عن أكبر العددين. أوجد
العددين.

(٥) [٢] ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $٣س$ حيث

س $\in [-٢, ٢]$ أوجد:

أولا: قيمة $\sqrt{٢٧}$ ثانيا: قيمة س عندما د(س) = ٦

[ب] إذا كانت لوج ٦ + لوج ب - لوج ٢ = $\frac{١}{٢}$ فثبت
أن $٢ - ب = ٠$

النموذج الثامن: (١) [٢] ارسم منحنى الدالة

د(س) = $|س|س - ٢$ ومن الرسم استنتج ما يأتي :

أولا: مجال الدالة. ثانيا: مدى الدالة. ثالثا: اطراد الدالة.

رابعا: نوعها من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير ذلك.

[ب] في المتتابعة (ح) = (٣٢، ٢٨، ٢٤، ...) أوجد
رتبة وقيمة أول حد سالب ثم أوجد عدد الحدود ليكون
المجموع موجبا

=====

(٢) [٢] أوجد بيانيا مجموعة حل المعادلة: $|س + ٢| = ٣$

وحقق الناتج جبريا.

[ب] أوجد قيمة $(٢١٦) \times (٣)^{\frac{١-١٩٦}{٣}} \div$

$$[(١٠٨) \times (٢)^{\frac{١}{٣}}]$$

=====

(٣) [٢] أدخل خمسة أوساط هندسية بين ٣، ١٩٢ ثم

أوجد ج.

[ب] بدون استخدام الحاسبة أوجد قيمة:

$$٣ \text{ لو } ٢ - ٣ \text{ لو } ٣ + ٣ \text{ لو } ٣ + ٣ \text{ لو } ٣ + ٣ \text{ لو } ٣ + ٣ \text{ لو } ٣$$

=====

(٤) [٢] ارسم منحنى الدالة د: د(س) = $٣س$

س $\in [-٣, ٣]$ ومن الرسم أوجد قيمة تقريبية للعدد

٥، ٣ ثم أوجد قيمة س عندما د(س) = ٥

[ب] عددان حقيقيان موجبان يزيد أحدهما عن الآخر

بمقدار ٢. ووسطهما الحسابي يزيد عن وسطهما الهندسي

بمقدار ٣ أوجد العددين.

=====

(٥) [٢] أوجد مجموعة حل المعادلة:

$$|س + ٢| = ٣س + ٢$$

[ب] إذا كانت د(س) = $٣س - ١$ فأوجد قيمة :

=====

النموذج التاسع: (١) [٢] ارسم منحنى الدالة د: د(س)

= $٣ - |س|$ ومن الرسم استنتج مجال ومدى الدالة .

وابحث نوع الدالة د من حيث كونها زوجية أم فردية أم غير

ذلك .

ح_٣ + ح_٢ = ١٨ أوجد المتتابعة ثم أوجد ج_{٥٥}

[ب] إذا كان ج_٣ الأولى من متتابعة هندسية = ١٤ .

ومجموع مربعاتها = ٨٤ أثبت أنه توجد متابعتان ، أنه يمكن إيجاد مجموع أحدهما إلى مالا نهاية. وأوجد هذا المجموع

(٢) [٢] أوجد مجموعة حل المعادلة :

$$|س - ٣| + (س + ٢) = ٣٢$$

(٣) [٢] متتابعة حسابية فيها ح_٢ + ح_٣ = ٦٤ .

ح_٧ - ح_٤ = ١٢ أوجد المتتابعة . وأوجد ج_{٣٠} الأولى منها .

[ب] أثبت أن : لو ٣٥ + لو ٢٥ + لو ١٥ - لو ٤ = ٣

(٤) [٢] س، ص عدنان موجبان ، س < ص فإذا كان

وسطهما الحسابي ينقص عن حاصل ضربيهما بمقدار ٤٧

ووسطهما الهندسي ينقص ٢٦ عن مجموعهما . أوجد

العددين

[ب] حل المتباينة : |س - ٣| ≤ ٥

(٥) [٢] ارسم منحنى الدالة د: د(س) = س^٢ - ٢ ومن الرسم

استنتج مجال ، مدى الدالة . وابحث نوعها واطرادها

[ب] إذا كانت ٣ = س^{-١} = ٨ أوجد قيمة س

النموذج العاشر: (١) [٢] ارسم منحنى الدالة د:

د(س) = (س^٣ - س^٢)/١ - س واستنتج من الرسم المجال _ المدى -

ابحث الاطراد

[ب] متتابعة حسابية فيها ح_٣ = ١٠ ، ح_٧ - ح_٤ = ٦

أوجد المتتابعة. وأوجد ج_{١٠} الأولى منها.

(٢) [٢] حل المتباينة : |س - ٥| ≤ ٣

[ب] (ح_٣) متتابعة هندسية فيها ح_٢ + ح_٥ = ٣٦

(٣) [٢] ارسم منحنى الدالة د: د(س) = |س - ٢| - ١

ومن الرسم استنتج المدى .

[ب] إذا كانت د(س) = ٣ - س^{-١} فأوجد قيمة س التي تجعل

$$د(س + ٢) + د(س - ٤) = ٣٦$$

(٤) [٢] عدنان موجبان وسطهما الحسابي = ١٠ ووسطهما

الهندسي = ٨ فما العدنان .

[ب] حل المعادلة: لو (س + ٢) + لو (س - ١) = لو ٤

(٥) [٢] أوجد مجموعة حل المعادلة:

$$|س - ٣| - |س + ١| = ٤$$

[ب] إذا كانت د(س) = ص^٣ فأثبت أن:

$$ص = \frac{د(س + ١) + د(س + ٢)}{د(س + ١) + د(س + ٢)}$$

حل [٢]

$$\left. \begin{array}{l} س - ٣ ، س \leq ٣ \\ س - ٣ ، س > ٣ \end{array} \right\} = |س - ٣|$$

$$\left. \begin{array}{l} س + ١ ، س > ٣ \\ س + ١ ، س \leq ٣ \end{array} \right\} = |س + ١|$$

$$-س - ١ ، س > ٣$$

$$\left. \begin{array}{l} (س - ٣) - (س + ١) ، س \leq ٣ \\ (س - ٣) - (س + ١) ، س > ٣ \end{array} \right\} = ٤$$

$$\left. \begin{array}{l} (س - ٣) - (س + ١) ، س \leq ٣ \\ (س - ٣) - (س + ١) ، س > ٣ \end{array} \right\} = ٤$$

$$\left. \begin{array}{l} (س - ٣) - (س + ١) ، س \leq ٣ \\ (س - ٣) - (س + ١) ، س > ٣ \end{array} \right\} = ٤$$

$$\left. \begin{array}{l} (س - ٣) - (س + ١) ، س \leq ٣ \\ (س - ٣) - (س + ١) ، س > ٣ \end{array} \right\} = ٤$$

$$\left. \begin{array}{l} (س - ٣) - (س + ١) ، س \leq ٣ \\ (س - ٣) - (س + ١) ، س > ٣ \end{array} \right\} = ٤$$

$$\left. \begin{array}{l} (س - ٣) - (س + ١) ، س \leq ٣ \\ (س - ٣) - (س + ١) ، س > ٣ \end{array} \right\} = ٤$$

$$\left. \begin{array}{l} (س - ٣) - (س + ١) ، س \leq ٣ \\ (س - ٣) - (س + ١) ، س > ٣ \end{array} \right\} = ٤$$

أ، ٤ = ٤ ٧ س > - ١
 ∴ م ح = [- ∞ ، - ١]

